COMPTE RENDU

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 3 JANVIER 1842.

PRÉSIDENCE DE M. PONCELET.

RENOUVELLEMENT ANNUEL DU BUREAU.

L'Académie procède, par voie de scrutin, à la nomination d'un Vice-Président pour l'année 1842.

Le nombre des votants est de 42; majorité absolue 22.

Au premier tour de scrutin,

M. Dumas obtient.....	32 suffrages,
M. Beudant..........	6
M. Gaudichaud.......	1
M. Magendie.........	1
M. Duméril..........	1
M. de Gasparin......	1

M. **Dumas**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est proclamé vice-président pour l'année 1842.

M. **Poncelet**, vice-président pendant l'année 1841, passe aux fonctions de Président.

Conformément au réglement, M. Serres, avant de quitter le fauteuil de Président, rend compte de ce qui s'est fait pendant l'année 1841 relativement à l'impression des *Mémoires de l'Académie* et des *Mémoires des Savants étrangers*.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

CALCUL INTÉGRAL. — *Note sur diverses transformations de la fonction principale qui vérifie une équation caractéristique homogène; par* M. AUGUSTIN CAUCHY.

« Les mêmes choses étant posées que dans le *Compte rendu* de la séance du 20 décembre dernier, considérons de nouveau la fonction principale ϖ déterminée par la formule

$$(1)\qquad \varpi = -\frac{D_t^{2-n}}{4\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} \mathcal{E}\frac{\omega^{n-2}\, s\, \Pi(s)}{(F(u, v, w, \omega))_\omega} \sin p\, dp\, dq,$$

les valeurs de u, v, w, s étant

$$(2)\qquad u = \cos p,\quad v = \sin p \cos q,\quad w = \sin p \sin q;$$

$$(3)\qquad s = ux + vy + wz - \omega t;$$

L'équation (1) pourra s'écrire comme il suit

$$(4)\qquad \varpi = -\frac{D_t^{2-n}}{4\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} \mathcal{E}\frac{(s-\varsigma)^{n-2}\, s\, \Pi(s)}{(F(ut, vt, wt, s-\varsigma))_s}\, t \,\sin p\, dp\, dq,$$

la valeur de ς étant

$$(5)\qquad \varsigma = ux + vy + wz,$$

et l'on pourra d'ailleurs considérer u, v, w comme représentant les coordonnées rectangulaires d'un point situé à l'unité de distance de l'origine des coordonnées. Concevons maintenant que, cette origine restant la même, on transforme les coordonnées rectangulaires

$$u,\ v,\ w$$

en d'autres coordonnées rectangulaires

$$\mathrm{u},\ \mathrm{v},\ \mathrm{w}.$$

Les équations de transformation seront de la forme

$$(6)\qquad \begin{cases} u = \alpha\mathrm{u} + \alpha'\mathrm{v} + \alpha''\mathrm{w}, \\ v = \beta\mathrm{u} + \beta'\mathrm{v} + \beta''\mathrm{w}, \\ w = \gamma\mathrm{u} + \gamma'\mathrm{v} + \gamma''\mathrm{w}, \end{cases}$$

les coefficients

$$\alpha,\ \beta,\ \gamma,\quad \alpha',\ \beta',\ \gamma',\quad \alpha'',\ \beta'',\ \gamma''$$

étant propres à vérifier les formules

$$(7)\ \begin{cases} \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 1,\ \alpha'^2 + \beta'^2 + \gamma'^2 = 1,\ \alpha''^2 + \beta''^2 + \gamma''^2 = 1, \\ \alpha'\alpha'' + \beta'\beta'' + \gamma'\gamma'' = 0,\ \alpha''\alpha + \beta''\beta + \gamma''\gamma = 0,\ \alpha\alpha' + \beta\beta' + \gamma\gamma' = 0; \end{cases}$$

et aussi les suivantes

$$(8)\ \begin{cases} \alpha^2 + \alpha'^2 + \alpha''^2 = 1,\ \beta^2 + \beta'^2 + \beta''^2 = 1,\ \gamma^2 + \gamma'^2 + \gamma''^2 = 1, \\ \beta\gamma + \beta'\gamma' + \beta''\gamma'' = 0,\ \gamma\alpha + \gamma'\alpha' + \gamma''\alpha'' = 0,\ \alpha\beta + \alpha'\beta' + \alpha''\beta'' = 0. \end{cases}$$

De plus, en posant pour abréger

$$(9)\ \alpha x + \beta y + \gamma z = \mathfrak{x},\ \alpha' x + \beta' y + \gamma' z = \mathfrak{y},\ \alpha'' x + \beta'' y + \gamma'' z = \mathfrak{z},$$

on tirera de la formule (5)

$$(10)\qquad \varsigma = \mathfrak{x}\mathrm{u} + \mathfrak{y}\mathrm{v} + \mathfrak{z}\mathrm{w}.$$

Enfin, en posant

$$(11)\qquad \mathrm{u} = \cos \mathrm{p},\quad \mathrm{v} = \sin \mathrm{p} \cos \mathrm{q},\quad \mathrm{w} = \sin \mathrm{p} \sin \mathrm{q},$$

on pourra, dans la formule (1) ou (4), remplacer le produit

$$\sin p\, dp\, dq \text{ par } \sin \mathrm{p}\, d\mathrm{p}\, d\mathrm{q},$$

et l'on aura par suite

$$(12)\qquad \varpi = -\frac{D_t^{2-n}}{4\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} \mathcal{E} \frac{(s-\varsigma)^{n-2}\, s\, \Pi(s)}{[F(ut, vt, wt, s-\varsigma)]_s}\, t \sin \mathrm{p}\, d\mathrm{p}\, d\mathrm{q},$$

les valeurs de u, v, w, ς étant déterminées en fonction des angles polaires p, q par les équations (6) et (10) jointes aux formules (11).

» Si, pour plus de simplicité, l'on prend

$$(13)\qquad \frac{1}{\mathrm{S}} = \frac{(s-\varsigma)^{n-2}}{\mathrm{F}(ut, vt, wt, s-\varsigma)},$$

la formule (12) deviendra

$$(14)\qquad \varpi = -\frac{\mathrm{D}_t^{2-n}}{4\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} \mathcal{E}\frac{s\,\Pi(s)}{(\mathrm{S})_s}\, t \sin \mathrm{p}\, d\mathrm{p}\, d\mathrm{q}.$$

Ajoutons que si l'on nomme

$$u_{,},\ v_{,},\ w_{,},\ \varsigma_{,},$$

ce que deviennent

$$u,\ v,\ w,\ \varsigma$$

quand on y remplace v par — v et w par — w, on pourra, dans la formule (14), supposer S déterminée ou par l'équation (13) ou par la suivante

$$(15)\qquad \frac{1}{\mathrm{S}} = \frac{1}{2}\left[\frac{(s-\varsigma)^{n-2}}{\mathrm{F}(ut, vt, wt, s-\varsigma)} + \frac{(s-\varsigma_{,})^{n-2}}{\mathrm{F}(u_{,}t, v_{,}t, w_{,}t, s-\varsigma_{,})}\right].$$

» Revenons maintenant à la formule (12). On peut l'écrire comme il suit

$$(16)\qquad \varpi = -\Sigma\, \frac{\mathrm{D}_t^{2-n}}{4\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi} \frac{(s-\varsigma)^{n-2}\, s\, \Pi(s)}{\mathrm{D}_s \mathrm{F}(ut, vt, wt, s-\varsigma)}\, t \sin \mathrm{p}\, d\mathrm{p}\, d\mathrm{q};$$

le signe Σ s'étendant à toutes les racines de l'équation

$$(17)\qquad \mathrm{F}(ut,\ vt,\ wt,\ s-\varsigma) = 0$$

résolue par rapport à s. Cela posé, concevons que l'on désigne par

$$\alpha,\ \beta,\ \gamma,\ \theta,\ \rho$$

les valeurs de

$$u,\ v,\ w,\ \omega,\ s$$

fournies par le système des formules

$$(18)\qquad F(u,\ v,\ w,\ \omega) = 0,$$

$$(19)\qquad \frac{x - tD_u\omega}{u} = \frac{y - tD_v\omega}{v} = \frac{z - tD_w\omega}{w} = \varsigma - \omega t,$$

$$(20)\qquad u^2 + v^2 + w^2 = 1,$$

jointes à la condition $ux + vy + wz > 0$. α, β, γ, θ, ρ seront des fonctions déterminées de x, y, z, t. De plus, après avoir remplacé la variable p par la variable s, on pourra dans le second membre de la formule (16) développer, sous le signe $\int$, le coefficient de $s\Pi(s)$ en une série de termes qui aient pour facteurs les puissances ascendantes de $s - \rho$, et alors on obtiendra pour développement de ϖ une série qui ne renfermera plus que des intégrales relatives à s, attendu que les intégrations relatives à la variable q pourront s'effectuer à l'aide de formules tirées du calcul des résidus. C'est ce que j'expliquerai plus en détail dans un nouvel article.

» *P. S.* Si, dans l'équation (1), l'on pose pour abréger

$$(21)\qquad s\Pi(s) = f(s),$$

elle donnera

$$(22)\qquad D_t^{n-2}\varpi = -\frac{1}{4\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} \mathcal{E}\, \frac{\omega^{n-2} f(s)}{((F(u,\ v,\ w,\ \omega)))_\omega} \sin p\, dp\, dq.$$

Si d'ailleurs,

$$f(x,\ y,\ z,\ t)$$

désignant une fonction de x, y, z, t, entière, homogène et du degré m, on nomme

$$\square \text{ et } \mathcal{H}$$

ce que devient cette fonction quand on y remplace les variables

$$x,\ y,\ z,\ t$$

par

$$D_x,\ D_y,\ D_z,\ D_t$$

ou par

$$u,\ v,\ w,\ -\omega;$$

on tirera de la formule (22)

$$(23)\qquad D_t^{n-2}\,\square\,\varpi = -\frac{1}{4\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\frac{\omega^{n-2}\,f^{(m)}(s)}{[F(u,v,w,\omega)]_\omega}\,\mathcal{K}\sin p\,dp\,dq;$$

puis, en supposant que $\square\,\varpi$ ne renferme point de dérivées de ϖ relatives à t, et d'un ordre supérieur à $n-2$, on conclura de l'équation (23)

$$(24)\qquad \square\,\varpi = -\frac{D_t^{2-n}}{4\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\frac{\omega^{n-2}\,f^{(m)}(s)}{[F(u,v,w,\omega)]_\omega}\,\mathcal{K}\sin p\,dp\,dq.$$

On pourra d'ailleurs faire subir au second membre de l'équation (23) ou (24) des transformations analogues à celles que nous avons ci-dessus effectuées sur le second membre de l'équation (1). Les formules (23), (24), et celles qui s'en déduisent, fournissent le moyen d'obtenir avec une grande facilité les valeurs des inconnues qui vérifient un système d'équations linéaires aux différences partielles, lorsque l'équation caractéristique correspondante à ce système est une équation homogène dans laquelle les dérivées relatives à t sont d'ordre pair.

» Si l'on prend en particulier $\square = D_t$, la formule (23) donnera

$$(25)\qquad D_t^{n-1}\,\varpi = \frac{1}{4\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\mathcal{E}\,\frac{\omega^{n-1}\,f'(s)}{[F(u,v,w,\omega)]_\omega}\sin p\,dp\,dq.$$

Appliquons cette dernière formule à un exemple très-simple et supposons

$$F(x,y,z,t) = t^2 - \Omega^2\left(\frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} + \frac{z^2}{c}\right),$$

a, b, c, Ω désignant des quantités positives. L'équation (25) pourra être réduite à

$$(26)\qquad D_t\,\varpi = \frac{1}{4\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} f'(s)\sin p\,dp\,dq,$$

les valeurs de s et de ω étant déterminées par l'équation (3) jointe à la formule

$$(27)\qquad \omega = \Omega\left(\frac{u^2}{a} + \frac{v^2}{b} + \frac{w^2}{c}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

D'ailleurs les formules (18), (19), (20), jointes à la condition $\omega > 0$, donneront

$$(28)\quad \begin{cases} \theta = \Omega\left(\frac{\alpha^2}{a} + \frac{\beta^2}{b} + \frac{\gamma^2}{c}\right)^{\frac{1}{2}}, \\ \frac{x}{\alpha} - \frac{\Omega^2 t}{a\theta} = \frac{y}{\beta} - \frac{\Omega^2 t}{b\theta} = \frac{z}{\gamma} - \frac{\Omega^2 t}{c\theta} = \rho = \mathfrak{x} - \theta t, \\ \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 1; \end{cases}$$

et, en supposant u, v, w déterminés en fonction des angles polaires p, q par le système des formules (6) et (11), on tirera de l'équation (26)

$$(29)\qquad D_t \varpi = \frac{1}{4\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} f'(s) \sin p \, dp \, dq.$$

Si, dans cette dernière équation, on remplace la variable p par la variable s, et si l'on développe ensuite le coefficient de $f'(s)$ en une série ordonnée suivant les puissances ascendantes de $s - \rho$; alors, en supposant la valeur de $\Pi(s)$ toujours nulle hors des limites très-resserrées

$$-\varepsilon, \quad \varepsilon,$$

on trouvera, au bout d'un temps fini t, et pour un point situé dans l'épaisseur de l'onde propagée,

$$(30)\quad D_t\varpi = A_1\int_{-\varepsilon}^{\rho} f'(s)ds + A_2\int_{-\varepsilon}^{\rho}(s-\rho)f'(s)ds + A_3\int_{-\varepsilon}^{\rho}(s-\rho)^2 f'(s)ds + \ldots,$$

ou, ce qui revient au même,

$$(31)\quad D_t\varpi = A_1 f(\rho) - A_2\int_{-\varepsilon}^{\rho} f(s)ds - 2A_3\int_{-\varepsilon}^{\rho}(s-\rho) f(s)ds - \ldots,$$

la valeur de A_n étant donnée par la formule

$$(32)\qquad A_n = -\frac{1}{4\pi}\int_0^{2\pi} \mathcal{E}\frac{\sin p}{((\mathfrak{V}^n))_p} dq,$$

dans laquelle on suppose

$$(33)\qquad \mathfrak{V} = (u-1)\mathfrak{x} + v\mathfrak{y} + w\mathfrak{z} - (\omega - \theta)t.$$

et le signe $\mathcal{E}$ relatif à la seule valeur zéro de la variable p. Sous cette condition, et en vertu des formules que fournit le calcul des résidus, A_n se réduira toujours à une fonction déterminée de x, y, z, t. On trouvera, par exemple,

$$A_1 = \frac{1}{2}\left\{\rho^2 - \frac{\Omega^2 t}{\theta}\rho\left[\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}-\frac{\Omega^2}{\theta^2}\left(\frac{\alpha^2}{a^2}+\frac{6^2}{b^2}+\frac{\gamma^2}{c^2}\right)\right]+\frac{\Omega^6 t^2}{abc\theta}\right\}^{-\frac{1}{2}}. »$$

CALCUL INTÉGRAL. — *Addition aux Notes insérées dans les* Comptes rendus *des séances précédentes; par* M. **AUGUSTIN CAUCHY**.

« Dans la Note que renferme le *Compte rendu* de la séance du 13 décembre dernier, j'ai indiqué les moyens d'obtenir, sous une forme très-simple, la fonction principale qui vérifie une équation caractéristique homogène; et, après avoir considéré en particulier le cas où l'équation donnée est celle qui représente les mouvements infiniment petits d'un système isotrope, j'ai ajouté, dans la séance du 20 décembre, que, pour déduire de la fonction principale les déplacements d'une molécule mesurés parallèlement aux axes, il suffisait de recourir aux formules établies dans les 7e et 8e livraisons des *Exercices d'Analyse et de Physique mathématique.* Quoique cette déduction ne présente aucune difficulté, elle n'est pas sans intérêt, puisqu'elle permet de suivre avec plus de précision les phénomènes représentés par l'analyse. C'est ce qui me porte à exposer ici les détails des calculs que j'avais seulement indiqués.

» Considérons un système isotrope de molécules, et supposons que les déplacements d'une molécule, étant mesurés parallèlement à trois axes rectangulaires, soient représentés, au bout du temps t, par ξ, η, ζ pour la molécule dont les coordonnées primitives étaient x, y, z. Les équations des mouvements infiniment petits du système (voir les *Exercices d'Analyse et de Physique mathématique*, tome Ier, page 208) seront de la forme

$$(1)\quad (D_t^2 - E)\xi = FD_x v,\quad (D_t^2 - E)\eta = FD_y v,\quad (D_t^2 - E)\zeta = FD_z v,$$

E, F étant deux fonctions de

$$D_x^2 + D_y^2 + D_z^2,$$

entières mais généralement composées d'un nombre infini de termes, et la

valeur de υ étant

(2) $$\upsilon = D_x\xi + D_y\eta + D_z\zeta.$$

Posons, pour abréger,

$$\nabla' = D_t^2 - E, \quad \nabla'' = D_t^2 - E - (D_x^2 + D_y^2 + D_z^2)F$$
$$\nabla = \nabla'\nabla''.$$

Soit d'ailleurs ϖ la fonction principale assujettie, 1° à vérifier, quel que soit t, l'équation caractéristique

(3) $$\nabla\varpi = 0;$$

2° à vérifier pour $t = 0$ les conditions

$$\varpi = 0, \quad D_t\varpi = 0, \quad D_t^2\varpi = 0, \quad D_t^3\varpi = \varpi(x, y, z).$$

Enfin désignons par

(4) $\varphi(x, y, z)$, $\chi(x, y, z)$, $\psi(x, y, z)$, $\Phi(x, y, z)$, $X(x, y, z)$, $\Psi(x, y, z)$,

les valeurs initiales de

$$\xi, \eta, \zeta, D_t\xi, D_t\eta, D_t\zeta;$$

et par

$$\varphi, \chi, \psi, \Phi, X, \Psi,$$

ce que devient la fonction principale ϖ quand on y remplace successivement la fonction arbitraire

$$\varpi(x, y, z)$$

par chacune des fonctions (4). Les valeurs générales de ξ, η, ζ seront

(5) $$\begin{cases} \xi = \nabla''(\Phi + D_t\varphi) + FD_x\upsilon, \\ \eta = \nabla''(X + D_t\chi) + FD_y\upsilon, \\ \zeta = \nabla''(\Psi + D_t\psi) + FD_z\upsilon, \end{cases}$$

la valeur de $\aleph$ étant

$$(6) \quad \aleph = D_x(\Phi + D_t\varphi) + D_y(X + D_t\chi) + D_z(\Psi + D_t\psi).$$

Dans le cas particulier où les équations des mouvements infiniment petits deviennent homogènes, on a

$$E = \Omega^2(D_x^2 + D_y^2 + D_z^2), \quad F = \Omega'^2 - \Omega^2,$$

Ω, Ω' désignant les vitesses de propagation des vibrations transversales et longitudinales; puis on en conclut

$$\nabla' = D_t^2 - \Omega^2(D_x^2 + D_y^2 + D_z^2), \quad \nabla'' = D_t^2 - \Omega'^2(D_x^2 + D_y^2 + D_z^2);$$

et par suite

$$\nabla = [D_t^2 - \Omega^2(D_x^2 + D_y^2 + D_z^2)]\,[D_t^2 - \Omega'^2(D_x^2 + D_y^2 + D_z^2)].$$

Donc alors la fonction caractéristique se réduit au produit

$$[t^2 - \Omega^2(x^2 + y^2 + z^2)]\,[t^2 - \Omega'^2(x^2 + y^2 + z^2)],$$

comme on le savait déjà. [Voir le *Compte rendu* de la séance du 13 décembre, p. 1093]. Ajoutons que, dans ce cas particulier, et en posant pour abréger

$$(7) \quad \mu = \frac{\Omega^2}{\Omega^2 - \Omega'^2}, \quad \nu = \frac{\Omega'^2}{\Omega'^2 - \Omega^2},$$

$$(8) \quad \varpi_1 = \nabla''\varpi, \quad \varpi_2 = \nabla'\varpi,$$

on aura, en vertu de la formule (6) de la page 210 des *Exercices d'Analyse et de Physique mathématique* [tome Ier],

$$(9) \quad D_t^2\varpi = \mu\varpi_1 + \nu\varpi_2.$$

Observons enfin, que, dans ce même cas, les formules (5) donneront

$$(10) \quad \begin{cases} \xi = [D_t^2 - \Omega'^2(D_x^2 + D_y^2 + D_z^2)]\,(\Phi + D_t\varphi) + (\Omega'^2 - \Omega^2)\,D_x\aleph, \\ \eta = [D_t^2 - \Omega'^2(D_x^2 + D_y^2 + D_z^2)]\,(X + D_t\chi) + (\Omega'^2 - \Omega^2)\,D_y\aleph, \\ \zeta = [D_t^2 - \Omega'^2(D_x^2 + D_y^2 + D_z^2)]\,(\Psi + D_t\psi) + (\Omega'^2 - \Omega^2)\,D_z\aleph, \end{cases}$$

la valeur de $\aleph$ étant toujours déterminée par l'équation (6).

» Supposons maintenant, pour plus de simplicité, que $\varpi(x, y, z)$ se réduise à une fonction du rayon vecteur

$$r = (x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{1}{2}};$$

posons en conséquence

$$\varpi(x, y, z) = \Pi(r),$$

et de plus

$$\Pi(-r) = \Pi(r).$$

Alors on aura

$$(11) \quad \left\{ \begin{aligned} D_t \varpi_1 &= \frac{(r - \Omega t)\,\Pi(r - \Omega t) + (r + \Omega t)\,\Pi(r + \Omega t)}{2r}, \\ D_t \varpi_2 &= \frac{(r - \Omega' t)\,\Pi(r - \Omega' t) + (r + \Omega' t)\,\Pi(r + \Omega' t)}{2r}, \end{aligned} \right.$$

et, en vertu de la formule (9),

$$(12) \qquad D_t^3 \varpi = \mu D_t \varpi_1 + \nu D_t \varpi_2.$$

Cette dernière équation coïncide avec l'équation (12) de la page 1093 du tome XIII des *Comptes rendus*. Si d'ailleurs $\Pi(r)$ s'évanouit pour une valeur numérique de r supérieure à ε, alors en supposant

$$(13) \qquad r > \varepsilon,$$

on tirera de la formule (12)

$$(14) \qquad D_t^3 \varpi = \mu \frac{(r - \Omega t)\,\Pi(r - \Omega t)}{2r} + \nu \frac{(r - \Omega' t)\,\Pi(r - \Omega' t)}{2r},$$

et par suite

$$(15) \quad \left\{ \begin{aligned} \varpi = {} & \frac{\mu}{4\Omega^3 r} \int_{r - \Omega t}^{r} (r - s - \Omega t)^2 s\,\Pi(s)\,ds \\ & + \frac{\nu}{4\Omega'^3 r} \int_{r - \Omega' t}^{r} (r - s - \Omega' t)^2 s\,\Pi(s)\,ds, \end{aligned} \right.$$

ou, ce qui revient au même, r étant supposé $> \varepsilon$,

$$(16) \quad \left\{ \begin{aligned} \varpi = {} & \frac{\mu}{4\Omega^3 r} \int_{r - \Omega t}^{\varepsilon} (r - s - \Omega t)^2 s\,\Pi(s)\,ds \\ & + \frac{\nu}{4\Omega'^3 r} \int_{r - \Omega' t}^{\varepsilon} (r - s - \Omega' t)^2 s\,\Pi(s)\,ds. \end{aligned} \right.$$

Alors aussi la propagation du mouvement donnera naissance à deux ondes comprises, au bout du temps t, la première entre les limites

$$(17) \qquad r = \Omega t - \varepsilon, \quad r = \Omega t + \varepsilon,$$

la seconde entre les limites

$$(18) \qquad r = \Omega' t - \varepsilon, \quad r = \Omega' t + \varepsilon.$$

Enfin, si, pour fixer les idées, on suppose

$$(19) \qquad \Omega' > \Omega,$$

c'est-à-dire, si la vitesse de propagation des vibrations longitudinales surpasse la vitesse de propagation des vibrations transversales, comme il arrive dans la théorie de la lumière [voir la 9e livraison des *Exercices d'Analyse et de Physique mathématique*, page 312], les deux ondes seront séparées l'une de l'autre, dès que l'on aura

$$(20) \qquad t > \frac{2\varepsilon}{\Omega' - \Omega};$$

et alors on tirera de la formule (16), 1° pour un point situé en dehors des deux ondes propagées,

$$(21) \qquad \varpi = 0;$$

2° pour un point situé dans l'épaisseur de l'onde la plus rapide,

$$(22) \qquad \varpi = \frac{\nu}{4\Omega'^3 r} \int_{r-\Omega' t}^{\varepsilon} (r - s - \Omega' t)^2 s \Pi(s)\, ds;$$

3° pour un point situé entre les deux ondes,

$$(23) \qquad \varpi = -\frac{\nu}{2\Omega'^3} \frac{r - \Omega' t}{r} \int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} s^2 \Pi(s)\, ds;$$

4° pour un point situé dans l'épaisseur de l'onde la plus lente,

$$(24)\quad \left\{ \begin{array}{l} \varpi = \frac{\mu}{4\Omega^3 r} \int_{r-\Omega t}^{\varepsilon} (r-s-\Omega t)^2 s\Pi(s)\, ds \\ \quad - \frac{\nu}{2\Omega'^3} \frac{r-\Omega' t}{r} \int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} s^2 \Pi(s)\, ds; \end{array} \right.$$

5° pour un point situé en dedans de l'onde la plus lente,

$$(25)\quad \varpi = \frac{1}{2\Omega\Omega'(\Omega+\Omega')} \int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} s^2 \Pi(s)\, ds,$$

Comme je l'ai déjà dit (voir la séance du 13 décembre dernier), il suit des formules (21), (23), (25) que, dans le mouvement d'un système isotrope de molécules, et dans le cas où l'équation caractéristique devient homogène, la fonction principale ϖ, toujours nulle en dehors des deux ondes proposées, cesse de s'évanouir entre ces ondes, et en dedans de la plus petite. Mais, en vertu des mêmes formules, la valeur de $D_t^3 \varpi$, et même celle de $D_t^2 \varpi$ s'évanouiront pour tout point placé dans l'une des trois positions que nous venons d'indiquer. De plus, eu égard aux formules (10), dans lesquelles on a

$$(26)\quad 8 = D_t^{-2} v = \int_0^t \int_0^t v\, dt^2,$$

les déplacements et par suite les vitesses des molécules s'évanouiront pour tous les points situés en dehors ou en dedans des deux ondes propagées. M. Blanchet a remarqué avec justesse qu'on ne pouvait, en général, en dire autant des points situés entre les deux ondes. Toutefois il est bon d'observer que, même en ces derniers points, les déplacements et les vitesses se réduisent à zéro quand on suppose nulle la dilatation du volume représentée par la lettre v, c'est-à-dire, en d'autres termes, quand les vibrations longitudinales disparaissent; et comme, dans la théorie de la lumière propagée à travers un milieu isotrope, on fait abstraction des vibrations longitudinales, en se bornant à tenir compte de celles qui ont lieu sans changement de densité, on pourra conclure des formules précédentes, appliquées à cette théorie, que les vibrations lumineuses subsistent seulement dans l'épaisseur de l'onde la plus lente.

» Les diverses conclusions auxquelles nous venons de parvenir s'étendent au cas même où la valeur initiale de ϖ serait représentée, non plus par $\Pi(r)$, mais par $\varpi(x, y, z)$. C'est ce que l'on reconnaît sans peine en joignant aux formules précédentes celles que renferme le *Compte rendu* de la séance du 5 juillet 1841. »

M. **Puissant** fait hommage à l'Académie, au nom de M. le Directeur général du Dépôt de la Guerre, de la sixième livraison de la Carte de France, qui se compose des feuilles de *Barneville, Sens, Granville, Montbéliard, Besançon, Ornans, Lons-le-Saunier* et *Bourg*.

Cette livraison est accompagnée des positions géographiques et hauteurs absolues des points trigonométriques auxquels les opérations de détail ont été liées : elle sera bientôt suivie d'une autre non moins intéressante.

M. **Ch. Dupin** fait hommage à l'Académie d'un ouvrage qu'il vient de publier et qui a pour titre : *Vie d'un bienfaiteur du peuple, A.-P. de Larochefoucauld, duc de Doudeauville.*

M. **Larrey** présente, au nom de l'auteur, M. *Gama*, un ouvrage ayant pour titre : *Esquisse historique du service de santé militaire.* (Voir au *Bulletin bibliographique.*)

NOMINATIONS.

L'Académie procède, par voie de scrutin, à l'élection de deux membres qui feront partie, pendant l'année 1842, de la Commission générale administrative et de la Commission pour les fonds particuliers de l'Académie des Sciences. Les deux membres sortants peuvent être réélus.

Au premier tour de scrutin, MM. **Poinsot** et **Beudant**, membres sortants, obtiennent la majorité absolue des suffrages et sont déclarés élus.

RAPPORTS.

CHIRURGIE. — *Rapport sur un Mémoire de* M. **Sédillot**, *relatif à l'amputation de la cuisse dans l'articulation coxo-fémorale.*

(Commissaires, MM. Double, Larrey rapporteur.)

« L'Académie nous a chargés, M. Double et moi, de l'examen d'un Mémoire très-important qui lui a été communiqué par M. le docteur Sédillot, chirurgien-major, professeur à l'hôpital militaire de perfectionnement et professeur agrégé à la Faculté de Médecine de Paris, etc.

» Ce Mémoire a pour objet l'une des opérations les plus graves et les plus hardies de la chirurgie; c'est l'amputation de la cuisse à son articulation *coxo-fémorale*, qu'il a pratiquée sur un militaire avec un succès complet.

» Dans la première partie de son Mémoire, l'auteur dit avec raison que cette grave et remarquable opération compte encore trop peu de succès pour qu'on n'en recueille pas avec un vif intérêt les nouveaux exemples, et par une circonstance fortuite sans doute, dit toujours M. Sédillot, jamais jusqu'à lui cette opération n'avait réussi à Paris, malgré l'incontestable talent des hommes qui l'y ont maintes fois pratiquée.

» L'auteur annonce encore, d'après une étude attentive qu'il a faite de toutes les observations relatives à l'extirpation de la cuisse que possède la science, qu'il lui semble démontré que la règle générale de pratiquer immédiatement, dans les maladies aiguës telles que les blessures, l'amputation des membres, devait peut-être subir une exception pour la *désarticulation* de la cuisse. Nous ne perdrons pas de vue cette question, que l'auteur ne croit pas avoir une assez longue expérience pour résoudre.

» M. Sédillot entre ensuite dans l'historique de cette opération, qu'il dit avoir été pratiquée pour la première fois vers le milieu du dernier siècle par le célèbre Morand. Notre confrère récapitule avec soin et une grande exactitude toutes les opérations de ce genre qui ont été faites depuis Morand jusqu'à celle dont nous allons rendre compte.

» Après avoir exposé avec clarté et une grande précision tous les cas où cette opération a été exécutée, il fait remarquer que les succès, d'ailleurs assez rares, obtenus par les chirurgiens français et étrangers doivent être attribués à ce que l'opération n'a été faite que pour des maladies chroniques, ou après la cessation des accidents primitifs des maladies aiguës telles que les plaies d'armes à feu; tandis que les exemples d'insuccès de cette désarticulation pratiquée immédiatement dans ces derniers cas ont été plus multipliés; il en conclut que la question qu'il a d'abord posée sur l'opportunité de cette opération lui paraît de plus en plus importante, et il étaye son opinion,

» 1°. Sur la perturbation profonde imprimée au système nerveux et circulatoire, par le siége et l'étendue de la mutilation; ainsi la respiration continuant à hématoser à chaque inspiration une même quantité de sang veineux, et le cœur ne cessant pas d'agir aussi énergiquement, quoique la masse du corps ait diminué de près d'un quart de son volume total, il en résulterait pour toutes les fonctions des troubles d'une extrême gravité,

surtout lorsque la constitution du sujet n'aurait pas été préparée par un affaiblissement graduel;

» 2°. L'ébranlement de l'innervation concourrait encore à jeter les malades dans le collapsus qui suit souvent la désarticulation de la cuisse et peut entraîner la mort du sujet;

» 3°. Enfin M. Sédillot pense que le fait dont il va rendre compte lui paraît confirmer les considérations précédentes, et servira sans doute à éclairer cette grande question et à mettre en relief la valeur des procédés employés.

» Le sujet de ce Mémoire, le nommé Rembourg (Antoine), fusilier au 7e régiment de ligne, âgé de 28 ans et d'une bonne constitution, fut atteint, en juillet 1837, à la roche Saint-Bernard en Bretagne, d'une fracture comminutive au fémur, compliquée de plaie aux parties molles de la cuisse droite, dans une chute qu'il fit pendant la nuit, d'un premier étage de sa caserne: transporté sur une mauvaise charrette à l'hôpital de Vannes, éloigné de ce premier endroit d'une douzaine de lieues, on trouva le blessé dans un état très-fâcheux. La cuisse offrait un raccourcissement de 6 centimètres et le membre était couvert de phlyctènes gangréneuses. Dans le pansement que l'on fit d'abord à cet hôpital, on eut moins en vue la simplification de la plaie et l'extraction des corps étrangers, que le rétablissement dans leur état primitif des fragments osseux et la rectitude du membre (ce qui n'est malheureusement que trop usité); aussi une inflammation intense se déclara immédiatement, laquelle fut suivie d'abcès nombreux et de l'issue de plusieurs esquilles, ou fragments osseux. Cependant la soudure des os finit par s'opérer; mais le genou était menacé d'ankylose, et, dans le but d'y rétablir les mouvements, ce militaire fut envoyé aux eaux thermales de Bourbonne. Dans le trajet long et pénible qu'il fit pour s'y rendre, monté sur une charrette mal suspendue, il éprouva sur cette voiture, par la rupture du siége en planche où il était assis, une nouvelle fracture au même membre blessé, qui fut suivie d'une série d'accidents graves, analogues à ceux survenus la première fois, ce qui prolongea son séjour dans cet établissement jusqu'à ce qu'il fût en état d'être évacué dans d'autres hôpitaux, et il arriva enfin à celui de Paris au commencement de l'année 1840. Il fut placé dans les salles du docteur Sédillot. Ce médecin reconnut d'abord dans le membre blessé un raccourcissement de 4 centimètres, avec atrophie et immobilité de la jambe. La cuisse était couverte de cicatrices et il y existait encore des plaies fistuleuses à travers lesquelles on découvrait, à l'aide de la sonde, un travail de carie et de nécrose à l'os fémur. Enfin le malade n'avait été en-

voyé à l'hôpital de perfectionnement du Val-de-Grâce que pour y subir l'amputation de la cuisse à son articulation coxale, qu'on avait déjà jugée indispensable dans les autres hôpitaux, et que le malade lui-même réclamait avec instance.

» Bien que la gravité du mal et sa propagation jusqu'à l'articulation eût été bien appréciée par M. Sédillot, ce professeur appela en consultation tous ses confrères du Val-de-Grâce, y compris le chirurgien en chef M. Begin et l'un des inspecteurs membres du Conseil de santé des armées, votre rapporteur, lequel, d'après un examen attentif et rigoureux qu'il fit du malade, partageant d'ailleurs l'opinion des autres médecins consultés, engagea fortement le docteur Sédillot à pratiquer de suite l'extirpation du membre, comme la seule ressource que l'art offrait à ce militaire pour assurer son existence.

» En effet la désarticulation fut pratiquée peu de jours après, le 7 août même année. M. Sédillot employa un procédé différent de celui que votre rapporteur a imaginé, c'est-à-dire qu'au lieu de lier préalablement l'artère crurale et d'établir deux lambeaux, l'un interne et l'autre externe, qui commencent à l'incision qui a servi à mettre cette artère à découvert, M. Sédillot a formé un très-grand lambeau à l'aide des parties de la région crurale, ou antérieure et supérieure de la cuisse, y compris l'artère dont il a fait comprimer le tronc à son passage sur l'arcade crurale, et de laquelle il n'a fait la ligature qu'après avoir achevé l'amputation du membre, en formant le lambeau postérieur aux dépens des muscles fessiers. Il a réuni ensuite les deux lambeaux au moyen de la suture entortillée.

» Tout s'est très-bien passé pendant les premières vingt-quatre heures; mais un travail inflammatoire assez violent survient au moignon, qui oblige le chirurgien opérateur à couper les points de cette suture (qui ne devait pas être pratiquée, quelques points très-lâches de suture entrecoupée et de bandelettes agglutinatives auraient suffi pour obtenir la réunion exacte des lambeaux). Cependant les accidents inflammatoires se dissipent et la plaie parcourt assez rapidement les périodes de la suppuration, de la détersion et de la cicatrisation; enfin ce brave soldat fut conduit à une guérison complète dans l'espace d'une cinquantaine de jours, et il jouit aujourd'hui d'une bonne santé.

» Telle est l'analyse exacte de ce Mémoire :

» Maintenant votre rapporteur croit devoir faire quelques réflexions, dans l'intérêt de l'humanité et de la science, sur la question soulevée par

notre jeune professeur, c'est-à-dire de savoir si cette opération peut être pratiquée, comme les autres amputations des membres, dans la première période de la maladie et avant le développement des accidents primitifs, ou s'il ne convient pas mieux d'attendre que ces accidents soient entièrement dissipés, comme dans les cas cités par le docteur Sédillot, où cette désarticulation a été suivie de succès.

» Pour justifier l'affirmation sur cette question, M. Sédillot s'étaye, 1° des effets fâcheux de l'ébranlement que produit la cause vulnérante sur les organes renfermés dans la cavité abdominale; 2° sur le refoulement du sang vers le cœur, dont les fonctions peuvent être troublées et être immédiatement suivies de la mort de l'opéré; 3° enfin sur le spasme nerveux qui doit nécessairement survenir par l'effet de la section brusque que l'on fait des gros nerfs qui se rendent à la cuisse.

» Votre rapporteur peut répondre avec confiance à ces observations :

» 1°. Sans doute que les organes de la vie intérieure éprouvent un ébranlement ou une commotion plus ou moins forte, lorsqu'un gros projectile détruit ou désorganise la partie supérieure de l'une des cuisses; mais les effets de cette commotion ne sont qu'instantanés, l'équilibre dans le jeu de leurs fonctions est aussitôt rétabli, ou, si cette commotion a été assez forte pour rompre le tissu des viscères ébranlés, la mort du sujet survient immédiatement, ou les signes qui indiquent son approche sont assez évidents aux yeux du chirurgien physiologiste pour savoir apprécier l'état du blessé et lui faire respecter son agonie.

» 2°. En général, on a exagéré les effets primitifs instantanés du refoulement du sang par suite de la ligature ou de la section des gros troncs artériels et veineux rapprochés du centre de la circulation; votre rapporteur croit en avoir donné la preuve dans son Mémoire sur l'opportunité de l'amputation des membres. D'ailleurs on prévient facilement les effets consécutifs de la turgescence intérieure qui peut résulter de ce refoulement, par la phlébotomie et surtout par l'application des ventouses scarifiées, beaucoup plus efficaces, qu'on pose aux régions dorsales, aux hypocondres et à l'épigastre. Votre rapporteur a employé un grand nombre de fois dans de telles circonstances ces saignées révulsives avec des succès inespérés.

» 3°. Quant au spasme nerveux résultant de la section des gros nerfs dont l'auteur du Mémoire a parlé, il ne peut y avoir de différence pour le résultat, de cette section faite dans les premières heures de l'accident, de celle qui aura lieu dans la désarticulation consécutive du membre. Mais

enfin à quoi peut-on donc attribuer l'insuccès de cette terrible opération, dans les cas de blessures, lorsqu'elle est pratiquée dans les premières douze heures de l'accident? C'est principalement à la perte de la plus petite quantité de sang qui aura lieu pendant l'opération, parce qu'il est probable que le blessé en a déjà beaucoup perdu à l'instant où il a reçu la blessure.

» Aussi le précepte le plus important à remplir dans cette désarticulation coxo-fémorale, comme dans celle du bras à l'épaule, est de se rendre maître du sang de manière à ne pas en perdre un seul gramme, si l'on désire, parce que la petite quantité qui s'échappe dans ces cas des gros vaisseaux prive à l'instant même le cœur de son stimulus, ses fonctions cessent, et le blessé périt immédiatement, comme votre rapporteur l'a vu maintes fois, et c'est par cette cause exclusive que la première désarticulation de cuisse qu'il a pratiquée à l'armée du Rhin, en 1793, n'eut point de succès, et le blessé mourut peu d'heures après l'opération, parce que n'ayant lié les principaux vaisseaux qu'après l'opération, comme dans le procédé de M. Sédillot, il s'échappa assez de sang de ces vaisseaux pour priver le cœur de ses propriétés vitales. Cet exemple le porta par la suite à faire la ligature de la principale artère avant de pratiquer l'amputation du membre, et aux armées surtout cette précaution est indispensable, parce qu'une infinité de circonstances peuvent détruire les effets de la compression exercée sur le trajet de ce vaisseau. Ce motif fait vérifier les avantages de la méthode établie par votre rapporteur et déjà proposée par l'ancienne Académie de chirurgie.

» Pour compléter la solution du problème en faveur de l'amputation primitive, votre rapporteur ajoutera aux réflexions qui précèdent le résultat de sa longue expérience, et il rappellera à ce sujet :

» 1°. Qu'il a pratiqué avec un succès complet l'extirpation de la cuisse deux fois pendant la terrible campagne de Russie et sur le champ même des batailles, par le procédé qu'il a décrit dans ses Mémoires. La première fut faite en présence de l'un de nos médecins célèbres, le docteur Ribes; le sujet, blessé au combat de Witepsk, était un jeune soldat russe: la cicatrice de la plaie du moignon était consolidée lorsqu'il fut saisi plus tard par le froid excessif que nous avons supporté pendant cette campagne (le mercure dans mon thermomètre de Réaumur était descendu à 28 degrés), et la misère la plus affreuse, qui le firent périr. Le deuxième était un de nos dragons blessé à la bataille de la Moskowa; il fut également conduit à

la guérison, mais il périt pendant la retraite, sous l'influence des mêmes causes (1).

» 2°. Votre rapporteur pourrait citer encore deux cents sujets ou environ auxquels il a pratiqué également sur les champs de bataille l'amputation du bras à l'épaule, et avec un tel succès qu'il a à peine perdu le quinzième de ces opérés, parmi lesquels un bon nombre avaient des blessures qu'on pouvait considérer comme mortelles : telles étaient celles des généraux Fugières et Daboville (2); assurément ces derniers auraient péri pendant l'opération si je n'avais employé le moyen que j'ai indiqué pour prévenir l'effusion du sang lorsque je les ai opérés, car ils donnaient à peine des signes de vie.

» D'après ces faits, nous pouvons dire que l'amputation primitive de la cuisse à son articulation coxo-fémorale, peut être pratiquée dans un cas de blessure récente, comme dans les cas de maladies chroniques, et si le succès dans les deux cas ne paraît pas aussi certain dans l'un comme dans l'autre, cela tient à la différence de la gravité de la maladie qui indique l'opération, et certes nous pourrions même assurer que cette opération aurait certainement sauvé la vie à un grand nombre de guerriers qui ont indubitablement péri peu de temps après leurs blessures, si elle avait été faite immédiatement et d'après les préceptes établis par votre rapporteur.

» Le Mémoire de M. le professeur Sédillot n'en est pas moins intéressant; les jeunes chirurgiens trouveront d'ailleurs dans ce Mémoire, des leçons utiles et l'exemple récent d'une opération grave, difficile et remarquable, couronnée d'un plein succès; aussi nous avons l'honneur de proposer à l'Académie l'insertion de ce Mémoire, avec les dessins qui l'accompagnent, dans le Recueil des œuvres des *Savants étrangers*. »

Les conclusions de ce Rapport sont adoptées.

---

(1) Je pourrais joindre à ces deux faits authentiques, celui d'un soldat de la garde royale auquel je pratiquai la désarticulation de la cuisse droite (en 1824), nécessitée par un sphacèle qui avait frappé tout à coup la totalité du membre jusqu'au niveau du grand trochanter, par suite de la lésion de l'artère iliaque externe et de sa ligature. L'opération fut faite le troisième jour de l'invasion de la gangrène, la plaie était parvenue à une cicatrisation complète, lorsque l'opéré fut saisi par une entérite avec invagination de l'intestin grêle, qui le fit périr. On ignore la cause de ce dernier accident, tout à fait étranger à l'opération (1).

(2) Voyez leurs observations dans l'*Histoire des Campagnes* du rapporteur.

(1) Voyez l'article *Amputation de la cuisse à son articulation coxo-fémorale,* dans le Ve volume de la *Clinique chirurgicale* du rapporteur, p. 246 et suivantes; et l'article *Anévrisme traumatique,* p. 131 et suivantes du IIIe volume du même ouvrage.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — Rapport sur un Mémoire ayant pour titre : *Expériences sur le tirage des voitures et sur les dégradations qu'elles produisent sur les routes*, présenté par M. ARTHUR MORIN, chef d'escadron d'artillerie, professeur de mécanique industrielle au Conservatoire des Arts et Métiers.

(Commissaires, MM. Arago, Poncelet, Coriolis, Piobert rapporteur.)

« L'Académie nous a chargés, MM. Arago, Poncelet, Coriolis et moi, de lui rendre compte des expériences de M. Morin sur le tirage des voitures et sur les dégradations qu'elles produisent sur les routes. Un premier travail de cet officier sur le même sujet a déjà été l'objet d'un Rapport favorable, approuvé, le 31 décembre 1838, par l'Académie, qui en a ordonné l'impression dans le *Recueil des Savants étrangers*. Le but de ces premières expériences était de rechercher les conditions mécaniques qui lient l'effort de traction aux charges, aux diamètres, aux largeurs de roues, aux vitesses de transport, etc. Elles avaient été entreprises pour fournir des bases à la théorie du tirage des voitures; mais l'auteur a été conduit, par la liaison qui existe entre l'intensité du tirage et l'état des routes, à faire diverses observations sur les dégradations produites par les voitures. Ayant reçu mission, depuis cette époque, de M. le ministre du Commerce et des Travaux publics, de continuer ses observations relatives aux dégradations des routes, M. Morin a entrepris une nouvelle série d'expériences dans des circonstances encore plus variées que les premières. Il est à regretter que le rapporteur de votre première Commission ne se soit pas chargé de rendre compte à l'Académie de ce nouveau travail, qui est la suite du premier : les deux Rapports eussent présenté plus d'uniformité dans l'exposé des résultats et dans l'examen des différentes parties de la question; nous tâcherons d'y suppléer en apportant dans la discussion des faits, les recherches théoriques et pratiques sur le tirage dont l'un de nous fut chargé, il y a vingt ans, pour un service public.

» Dans le premier Rapport on a rappelé les expériences de Edgeworth et de Rumford sur le tirage des voitures, les considérations théoriques de Gerstner et de Navier sur le même sujet; enfin les résultats pratiques de Macneill et de M. Dupuit. A ces travaux on pourrait ajouter ceux de Camus, de Couplet, de Bezout et ceux des savants étrangers Müller, Kroencke, Fuss, etc. (1). Camus surtout mérite d'être cité, parce

---

(1) Dans son *Mémoire sur les grandes routes, les chemins de fer et les canaux de na-*

que le premier il a montré (1) que la résistance due au frottement de l'essieu sur le moyeu dépend du rayon de la boîte et non de celui de la fusée; que les grandes roues sont toujours plus avantageuses que les petites; qu'elles s'enfoncent moins dans les terres et dans les creux; qu'elles franchissent plus facilement les obstacles; que les petites roues cassent les pavés et rompent plus les chemins que les grandes; que les jantes étroites s'usent plus promptement que les larges; qu'elle éprouvent plus de résistance sur le pavé et qu'elles s'enfoncent davantage dans les chemins. Couplet a également reconnu (2) les avantages des grandes roues pour vaincre le frottement de la fusée sur la boîte, et pour diminuer les résistances que les roues éprouvent sur les sols compressibles, dans lesquels elles s'enfoncent, et il a montré l'influence de l'inclinaison du tirage sur la résistance que les obstacles opposent au mouvement de la roue. Ces deux auteurs ont émis sur la construction des roues plusieurs observations judicieuses qui ont été généralement admises par les praticiens et conservées jusque dans ces derniers temps.

» Depuis vingt-deux ans, plusieurs officiers du corps de l'artillerie se sont occupés de la question du roulage des voitures, soulevée par les nouvelles constructions proposées pour le matériel de cette arme. Dans un Mémoire rédigé en 1819, le commandant Forceville a discuté les avantages qui résultaient de l'augmentation du diamètre des roues des avant-trains (3); l'année suivante, l'un de nous a prouvé que la résistance opposée par le frottement de la fusée de l'essieu variait dans un rapport plus grand que celui du rayon de la boîte au rayon de la roue, que ce dernier rayon n'était

---

vigation, publié à Prague en 1813, M. de Gerstner cite deux ouvrages allemands dans lesquels on a traité la question du frottement des essieux; ce sont: 1° l'*Essai d'un Traité théorique sur le tirage des voitures;* Gott., 1787; 2° l'*Essai d'une Théorie de tirage*, par Kroukep, 1802.—Edgworth, dans *An Essay on the construction of roads and carriages,* ou dans l'*Essai sur la construction des routes et des voitures,* cite Helsham, Bourne, Jacob et Anstice, comme s'étant occupés de cette question en Angleterre.

(1) *Traité des forces mouvantes pour la pratique des arts et métiers;* Paris, 1722, pages 319, 384 et suivantes.

(2) Réflexions sur le tirage des voitures et des traîneaux; *Mémoires de l'Académie des Sciences*, année 1733, p. 49.

(3) Mémoire sur les systèmes d'artillerie de campagne français et anglais; Paris, décembre 1819. (*Archives du dépôt central de l'Artillerie.*)

pas limité par la hauteur de l'effort de traction au-dessus du sol, et qu'il pouvait être plus grand avec avantage pour la force motrice (1). Il a aussi donné les expressions théoriques du tirage horizontal et incliné, en a fait l'application à toutes les voitures de l'artillerie et en a tiré les conditions de construction que doivent remplir les parties principales des machines de transport (2). M. Hélie, alors lieutenant et actuellement professeur de sciences appliquées à l'École de l'Artillerie de la Marine à Lorient, qui d'abord avait contesté les résultats précédents relatifs au frottement des essieux, en a donné ensuite une nouvelle démonstration et en a déduit l'expression analytique de l'effort nécessaire pour vaincre le frottement des fusées, dans une voiture à deux trains, lorsque le tirage est horizontal et le mouvement uniforme (3). En 1824, M. Mathieu de la Redorte, alors élève à l'École d'application de Metz, a présenté un Mémoire sur le tirage, dans lequel il tient compte de l'inertie des roues dans leur mouvement de rotation; en 1826, M. Poisson a également considéré l'effet de l'inertie des roues dans le mouvement brusque de recul des affûts des bouches à feu, mais il fait abstraction du frottement des essieux dans les boîtes (4). Le cadre de ce Rapport ne nous permet pas d'analyser plusieurs Mémoires intéressants qui ont été publiés, depuis cette époque, dans les *Annales des Ponts-et-Chaussées*, et qui ont plus ou moins trait au roulage des voitures.

» L'importance de la question et la précision des appareils employés par M. Morin ont été indiquées dans le Rapport de votre première Commission, ainsi que les résultats qu'il a obtenus et les conséquences qu'il en a déduites relativement à l'influence exercée sur l'effort de traction, par le poids du chargement, le diamètre des roues, la largeur des bandes, la vitesse du transport, la suspension sur ressorts plus ou moins parfaite, et l'inclinaison du tirage. Il nous suffira de rappeler ici ses principales conclusions:

» 1°. La résistance opposée au roulement des voitures de toute espèce

---

(1) Mémoire sur l'artillerie de campagne; Toulouse, octobre 1820. (*Ibidem.*)

(2) Mémoire sur le tirage et la construction des roues des voitures d'artillerie; Toulouse, avril 1821. — Expériences et Rapport sur la forge de campagne modifiée; Toulouse, octobre 1821. (*Ibidem.*)

(3) Mémoire sur le tirage des voitures; Toulouse, octobre 1821. (*Ibidem.*)

(4) *Formules relatives aux effets du tir sur les différentes parties de l'affût;* Paris, 1826 et 1838, p. 10 et 30.

par les différents sols est proportionnelle à la pression et en raison inverse du rayon des roues;

» 2°. Les dégradations produites sur les routes sont d'autant plus grandes que les roues sont plus petites;

» 3°. Sur les terrains compressibles, tels que la terre, le sable, le gravier, les rechargements en matériaux mobiles, la résistance au roulement décroît à mesure que la largeur des bandes augmente, et elle est indépendante de la vitesse pour toutes les voitures;

» 4°. Sur les chaussées pavées et les routes ordinaires en empierrement, la résistance est à peu près indépendante de la largeur de la bande, dès que celle-ci a atteint $0^{m},08$ à $0^{m},10$, et elle croît avec la vitesse, de manière que les accroissements sont proportionnels, à partir de la vitesse de 1 mètre par seconde. L'augmentation est d'autant moindre que la voiture est mieux suspendue et la route plus unie; au pas, la résistance est la même pour les voitures suspendues ou non suspendues;

» 5°. Les voitures non suspendues, allant au pas, fatiguent et détériorent davantage les routes que les voitures suspendues allant au trot.

» Ces conclusions diffèrent beaucoup de celles que M. Dupuit, ingénieur des ponts-et-chaussées, a tirées des résultats des expériences qu'il a publiées en 1837, surtout de celles qui sont relatives à l'influence du diamètre des roues sur le tirage. D'après cet ingénieur, la résistance au roulement varierait en raison inverse de la racine carrée du diamètre des roues; mais cette loi n'avait pas paru à votre ancienne Commission devoir être préférée à celle que M. Morin a donnée, et que Coulomb avait déjà trouvée pour le roulement des cylindres de bois d'orme et de gaïac.

» Le Mémoire de M. Dupuit ayant été renvoyé à l'examen d'une autre Commission, nous ne nous occuperons pas de la démonstration théorique de la loi générale qu'il a admise, ni des hypothèses sur lesquelles elle repose; nous passerons immédiatement à l'examen du travail de M. Morin. Les expériences de l'auteur sont de deux espèces : les unes relatives au tirage des voitures, et les autres aux dégradations des routes. Les premières embrassent plusieurs questions; celles qui sont relatives à l'influence du diamètre des roues sur la résistance au roulement ont été exécutées sur les routes en empierrement, avec des diamètres compris entre $2^{m},009$ et $0^{m},86$; sur les chaussées pavées, les diamètres ont varié de $2^{m},029$ à $0^{m},420$. Chaque série a été exécutée sur les mêmes portions de routes, autant que possible le même jour et dans des conditions semblables. L'au-

teur trouve que tous ces résultats confirment, comme ceux de 1837 et 1838, la loi de Coulomb, c'est-à-dire que la résistance au roulement varie en raison inverse du diamètre de la roue.

» Dans une Note supplémentaire, M. Morin rend compte des expériences qu'il a exécutées à l'aide d'un appareil entièrement semblable à celui de Coulomb, mais dont les dimensions plus grandes permettent d'observer plus exactement la loi du mouvement. Des cylindres en bois de chêne, de diamètres très-différents les uns des autres, comme les nombres 1, 2, 3, 4 et 8, ont roulé successivement sur du bois de peuplier, sur du cuir et sur du plâtre. Suivant l'auteur, les résultats confirmeraient encore pleinement la loi de Coulomb.

» Des expériences de roulage sur les routes en empierrement et sur le pavé, l'auteur conclut, comme en 1838, que la résistance est sensiblement indépendante de la largeur des jantes. Celles qu'il a exécutées sur des aires en bois, avec des cylindres dont la largeur de contact a été successivement de $0^m,100$, $0^m,050$ et $0^m,025$, ont montré que la résistance augmente, à mesure que cette largeur diminue, comme cela a lieu pour les voitures sur les sols compressibles.

» Dans les expériences relatives à l'influence de la vitesse qui ont été faites sur des routes en empierrement et sur le pavé, avec des voitures suspendues et non suspendues, M. Morin trouve que la résistance croît avec la vitesse et suit la loi approchée, accusée par ses expériences de 1838.

» Enfin, des expériences faites, avec des charges qui se sont élevées jusqu'à 7000 kilogrammes, sur des routes en empierrement, et de 1500 à 5500 kilogrammes, sur le pavé, il conclut que la résistance est proportionnelle à la pression.

» De cet ensemble de faits, obtenus par divers moyens et dans des circonstances très-variées, l'auteur tire la conséquence générale que la résistance au roulement varie suivant les lois qu'il avait déduites, en 1838, de ses premières expériences. Un examen attentif ne permet pas à vos Commissaires d'admettre d'une manière absolue cette concordance entre les résultats des expériences et les lois que l'auteur a cru pouvoir en déduire; la discussion suivante montrera qu'en effet plusieurs de ces résultats semblent contestables.

» Les expériences que M. Morin a exécutées pour déterminer l'influence du diamètre des roues sur la résistance au roulement que présentent les chemins en empierrement, ont donné des résultats qui varient avec la na-

ture du sol, dans des limites trop étendues pour permettre d'en conclure qu'il existe certains rapports constants entre cette résistance et la raison inverse d'une puissance déterminée du rayon. Dans plusieurs cas cette puissance s'éloigne sensiblement de celle qui avait été indiquée par Coulomb. Une seule série d'expériences se rapproche de cette loi; c'est celle qui a été faite sur la partie de la route départementale n° 132, de Courbevoie à Colombe, située entre les deux chemins de fer et à l'état sec; encore cette série ne comprend-elle que deux grandeurs de roues. Deux autres séries exécutées sur la même route, sèche, ou très-humide sans boue, ont indiqué une résistance proportionnelle à la raison inverse d'une puissance du rayon, variant de $\frac{3}{4}$ à 1, pour des roues de trois grandeurs. Cette même portion de route pour laquelle, dans la première série, la loi de Coulomb semblait satisfaite, a donné, lorsqu'elle était couverte d'une boue liquide, des résistances qui ne s'accordaient plus qu'avec la puissance $\frac{3}{4}$ du rayon. Ce dernier résultat a encore été obtenu avec un grand degré de précision sur la route qui fait face à la caserne de Courbevoie, à une époque où cette route était très-sèche, et pour des roues de diamètres très-différents l'un de l'autre.

» Tous ces résultats semblent s'accorder pour montrer que la résistance au roulement est proportionnelle à la raison inverse d'une puissance du rayon qui varie généralement de $\frac{3}{4}$ à $\frac{4}{5}$, suivant que la route est plus ou moins compressible, et qui n'atteint l'unité que lorsque le sol est parfaitement dur. Cette variabilité de la puissance à laquelle il faut élever le rayon de la roue pour représenter la résistance, a également été observée par l'un de nous en 1821, avec d'autres procédés d'expérimentation peut-être encore plus précis que ceux de M. Morin; c'est une preuve de l'exactitude des résultats qu'on doit à l'habileté de ce savant, et qu'on peut ainsi regarder comme dignes d'une entière confiance.

» Les routes pavées en grès ont offert des résultats analogues à ceux des expériences précédentes; la puissance du rayon a même varié entre des limites plus étendues, car, dans certains cas, elle est descendue sensiblement au-dessous de $\frac{3}{4}$. Sur la route pavée n° 192, très-sèche, la loi de Coulomb est indiquée d'une manière assez précise pour une partie de la série, lorsqu'on admet la proportionnalité de la résistance à la pression, ainsi qu'une faible influence de la largeur de la jante; mais dans les mêmes hypothèses, l'autre partie de la série donne une puissance qui varie de $\frac{2}{3}$ à $\frac{3}{4}$. Les expériences faites sur le pavé du boulevard du Mont-Parnasse ont donné des résultats qui se rapprochent de la loi de Coulomb, la puissance

étant très-peu au-dessous de l'unité; mais les rayons des roues ne différaient pas assez entre eux pour qu'on pût en déduire une loi d'une manière approchée. Enfin une série des expériences de 1838, exécutées sur le pavé de la rue Stanislas, a indiqué une puissance comprise entre $\frac{2}{3}$ et $\frac{1}{2}$; on voit que la variation de cette puissance a lieu dans des limites très-étendues, suivant que les routes sont plus ou moins bien établies, et que les différences de résultats laissent dans une grande incertitude sur la véritable loi de la résistance : aussi tout nous porte à penser que les expériences exécutées sur le pavé présentent des anomalies dans quelques-unes des séries.

» Les résultats des expériences faites à l'aide d'un appareil entièrement semblable à celui de Coulomb, ne donnent pas non plus, pour les cylindres de chêne roulant sur des madriers de peuplier, une résistance proportionnelle à la raison inverse du rayon; car la puissance à laquelle il faut élever ce rayon est $\frac{4}{5}$ en comparant les rouleaux de $0^m,181$ et de $0^m,0902$ de rayon, et $\frac{3}{4}$ en comparant ceux de $0^m,1355$ et de $0^m,0902$, pour les deux largeurs de bande $0^m,10$ et $0^m,05$. Les anomalies que présentent le cylindre de $0^m,045$ de rayon et les bandes de $0^m,025$, qui étaient chargées aussi fortement que les plus larges, sont dues évidemment à l'altération d'élasticité que subissent les substances lorsque les pressions augmentent au-delà d'une certaine limite.

» La résistance au roulement a été à très-peu près en raison inverse du rayon des rouleaux, sur une bande de cuir de $0^m,005$ d'épaisseur, reposant sur des madriers en peuplier; mais sur le plâtre, la puissance du rayon a beaucoup varié : elle a été de $\frac{4}{5}$ en comparant certains rayons, et est descendue à $\frac{2}{3}$ en en comparant d'autres.

» Ainsi les expériences faites avec l'appareil de Coulomb ne paraissent pas plus que le tirage des voitures sur les routes, établir comme loi générale une proportionnalité entre la résistance au roulement et la raison inverse du rayon des roues.

» Des résultats analogues ont été obtenus avec tous les genres d'expérimentation employés, quoique quelquefois les auteurs en aient tiré des conclusions différentes de celles qui précèdent. Ainsi, dans des expériences faites en 1839 par M. Dupuit, en présence d'une commission nommée par l'administration des Ponts-et-Chaussées pour examiner la question du roulage, on a fait rouler sur des plans inclinés, de 1^m et de $0^m,50$ de chute, puis, sur un terrain battu horizontal, sept paires de roues accouplées, de différents diamètres, depuis $0^m,10$ jusqu'à $1^m,60$. La résistance au roulement a été à peu près en raison inverse des racines carrées des rayons, lors-

que le sol était sec et recouvert d'un peu de poussière, et la chute de 1^{m}; mais pour le même terrain un peu humide, la loi précédente, admise exclusivement par l'auteur, n'est plus suivie, et le calcul montre que la puissance $\frac{2}{3}$ du rayon donne des évaluations de résistance qui se rapprochent beaucoup plus des résultats de l'expérience pour les cinq diamètres les moins grands; les deux paires de roues les plus hautes ont éprouvé plus de résistance que ne l'indiquent l'une et l'autre des deux lois, résultat que l'auteur attribue à la résistance de l'air qui a dû plus se faire sentir sur ces grandes roues qui ne pèsent pas plus que les petites. Avec la chute de $0^{m},50$, les vitesses étant moins considérables, les anomalies dues à la résistance de l'air, aux chocs et aux sauts qu'éprouvaient les roues dans les expériences précédentes, ont été moins sensibles, et les résultats ont été beaucoup plus réguliers; aussi le calcul montre que la résistance au roulement est alors, à très-peu près, en raison inverse de la puissance $\frac{2}{3}$ du rayon, pour les roues de tous les diamètres. On pourrait même conclure que cette loi représente rigoureusement les résultats de l'expérience, si l'on exclut les roues moyennes, cinq fois plus légères que les autres, et qui se trouvaient ainsi dans des circonstances particulières; ou bien encore si l'on tient compte, d'après les observations mêmes de l'auteur, de la plus grande résistance de l'air éprouvée par les roues hautes, et de l'influence, pour les petites roues, d'une circonstance atmosphérique qui avait rendu plus tirants les sept à huit premiers mètres de la course des roues. Ces résultats et les précédents viennent encore démontrer que la résistance au roulement ne peut être représentée que par une puissance du rayon variable avec la nature et l'état du sol, et que cette puissance et les limites entre lesquelles elle varie, sont exactement celles que la théorie indique pour les données que fournissent les terrains ordinaires, et dans les hypothèses d'un sol très-dur et d'une résistance à la compression indépendante de l'enfoncement.

» Dans les expériences de M. Morin, qui sont relatives à l'influence de la largeur des bandes sur la résistance au roulement que font éprouver les routes pavées et en empierrement, les résultats réguliers ne sont pas en assez grand nombre dans chaque cas, pour qu'on puisse en déduire une loi générale avec un peu de certitude. De celles qui ont été exécutées avec des cylindres roulant sur du bois, on pourrait conclure que dans tous les cas où l'élasticité n'est pas altérée, la résistance est à très-peu près en raison inverse de la racine cubique de la largeur des bandes, résultat qui correspond, en théorie, au cas pour lequel la résistance à l'enfoncement est proportionnelle à la pénétration, hypothèse admise généralement par les géomètres pour les

corps élastiques. Lorsque les charges dépassent les limites de l'élasticité, vu la diminution de largeur des bandes, la résistance augmente presque jusque dans la proportion de la raison inverse de cette largeur.

» Les expériences relatives à l'influence de la vitesse montrent que la résistance, ou le tirage, augmente avec la vitesse sur le pavé et sur les routes en empierrement pour toutes les espèces de voitures; d'un autre côté, l'auteur a conclu de celles de 1838, que cette résistance est indépendante de la vitesse pour les voitures suspendues et non suspendues, sur le sable, la terre et le gravier. Mais cette indépendance, dans certaines circonstances, n'est qu'apparente, et il n'existe pas de différence aussi tranchée dans la loi de résistance. On conçoit, en effet, que dans les terrains compressibles, l'enfoncement des roues ne pouvant pas être instantané, doit diminuer, ainsi que la résistance qui en résulte, à mesure que la vitesse augmente: cette diminution doit donc neutraliser en partie l'augmentation de résistance provenant d'une plus grande vitesse, dans l'évaluation de l'effort de traction ou de la somme de ces résistances; il peut même arriver que pour certains terrains, et dans certaines limites de vitesses, il s'établisse entre les augmentations et diminutions de ces résistances, une compensation qui rende insensible l'influence de la vitesse sur le tirage total, influence qui d'ailleurs doit être beaucoup plus faible sur les terrains mous que sur les sols durs qui font éprouver des chocs à la roue.

» Les expériences relatives à l'influence de la charge n'ont pas confirmé complétement la loi admise par l'auteur, savoir, la proportionnalité de la résistance à la pression sur les routes en empierrement, et s'en éloignent beaucoup pour certaines routes pavées. Dans le premier cas, la résistance au roulement a varié à très-peu près, comme la puissance $\frac{8}{7}$ de la charge; résultat qui prouve, ainsi que ceux qui sont relatifs à l'influence du diamètre des roues sur la résistance de la même route n° 132, que le sol de cette route départementale n'est pas complétement incompressible sous des charges de 5 à 7000 kilogrammes. Sur le pavé de la route royale n° 192, la résistance a encore augmenté dans un plus grand rapport, à peu près comme la puissance $\frac{5}{4}$ de la pression pour les roues de $0^m,115$ de largeur de bande; les anomalies présentées par les roues de $0^m,175$, et dont l'auteur a indiqué les causes, empêchent d'admettre les résultats qu'elles ont donnés.

» Dans une dernière note supplémentaire adressée récemment à l'Académie, on trouve de nouvelles expériences exécutées par l'auteur sur les routes pavées et en empierrement, en vue de justifier la loi de la proportionnalité de la résistance à la pression, qui ne paraissait pas suffisamment

établie aux yeux de vos Commissaires. Dans la première partie de ces expériences, exécutées sur la route de Courbevoie à Bezons, un chariot de roulage non suspendu a été chargé de manière à peser successivement 3430, 4450, 5458 et 7126 kilogrammes. Les séries faites avec les deux premiers chargements ont donné une résistance qui croissait comme la puissance $\frac{6}{5}$ de la pression ; pour les autres chargements, les résistances sont restées à peu près proportionnelles aux charges, mais les vitesses ont diminué beaucoup et n'ont été que de $1^m,24$ et $1^m,15$, tandis que dans les deux premières séries, la vitesse avait été de $1^m,55$. Comme d'après d'autres expériences de l'auteur, les résistances augmentent sensiblement avec la vitesse sur les routes en empierrement, surtout avec les voitures non suspendues ; si donc la vitesse de transport fût restée la même dans ces différents cas, on eût obtenu une résistance au roulement variant comme une puissance de la pression supérieure à la première. Toutefois, on doit remarquer que la résistance n'a pas augmenté, pour l'énorme charge qui dépassait 7000 kilog., autant qu'on aurait pu le conclure de la loi observée pour les autres charges ; la résistance à la compression de la route qui était très-sèche et en bon état, a pu augmenter avec le tassement des matériaux.

» Dans les expériences faites sur le pavé de la rue de Colombe, à Courbevoie, à l'état humide et avec un peu de boue, le poids total d'un chariot de roulage suspendu a été successivement de 1600, 3300 et 5000 kilogrammes ; la vitesse ayant été la même pour les deux chargements extrêmes, la résistance au roulement a été dans un plus grand rapport avec la forte charge qu'avec la petite ; elle a été la même avec les deux forts chargements, mais avec le plus grand, la vitesse a été sensiblement moindre ; de sorte qu'à vitesses égales, la résistance eût encore augmenté dans un plus grand rapport que la pression. Il en a été de même, sur la route en empierrement, n° 132, pour une voiture suspendue à six roues, dont le poids a été successivement de 3000, 4692 et 6000 kilogrammes ; à vitesse égale, la résistance a augmenté dans un plus grand rapport que la pression, et la proportionnalité n'a existé que lorsque la charge la plus grande a été mue avec une vitesse d'un tiers plus forte que celle de la charge moyenne.

» En résumé, les belles et nombreuses expériences que M. Morin a faites sur le roulage ne confirment pas d'une manière rigoureuse les lois générales qu'il avait cru pouvoir en déduire, la proportionnalité de la résistance au roulement, à la pression et à la raison inverse du rayon des roues, cette résistance variant généralement dans un rapport plus fort que la

charge et en raison inverse d'une puissance du rayon plus petite que l'unité; enfin, l'indépendance de la résistance et de la vitesse sur les terrains compressibles pourrait ne pas être complète. Cependant, dans un grand nombre de cas, les résultats de l'expérience s'éloignent assez peu de ces lois, pour qu'on puisse les admettre dans la pratique entre certaines limites. . . . .

» Il nous reste, pour terminer l'examen du travail de l'auteur, à jeter un coup d'œil sur la partie de son Mémoire qui a trait aux dégradations des routes, et pour laquelle notre tâche doit se réduire, dans beaucoup de cas, à constater les résultats qui se déduisent des données de l'expérience.

» Le mode d'expérimentation qui a été employé pour déterminer les effets destructeurs produits sur les routes par les différentes espèces de roues et de voitures, est celui qui a été indiqué par M. Navier, en ces termes :

« Ce procédé consiste dans la mesure exacte de l'intensité moyenne du » tirage auquel donne lieu une roue qui repasse un très-grand nombre de » fois à peu près sur la même trace. » Et il ajoute : « La simple observation » de la trace que laisse une roue sur la route n'est nullement propre à » fixer les idées, ni même à rien apprendre sur ce sujet de véritablement » utile. Car cette trace, dont on ne peut d'ailleurs mesurer la profondeur » avec l'exactitude nécessaire, indique tout au plus l'effet de la roue sur la » surface de la chaussée : elle ne fait point connaître ce qui se passe dans » l'intérieur de cette chaussée, où il se produit cependant (comme on l'a » observé) d'autres effets qui méritent bien d'être pris en considération (1). »

» Ce mode de comparaison des effets destructeurs des routes étant ainsi justifié, et ayant d'ailleurs été déjà approuvé et employé par des Commissions composées d'inspecteurs et d'ingénieurs des ponts et chaussées, il ne nous reste qu'à rendre compte des résultats obtenus par M. Morin.

» Les expériences montrent qu'à chargements égaux, les roues à jantes étroites dégradent plus les routes que celles à jantes larges; mais qu'avec des charges de 5500 kilogrammes et des roues à jantes de plus de $0^{m},12$ de largeur, les avantages n'augmentaient pas d'une manière notable avec la largeur; l'auteur en conclut qu'il n'y a pas d'utilité, pour la conservation

---

(1) *Considérations sur les principes de la police du roulage;* Paris, 1835, p. 126.

des routes, à exiger des jantes de plus de $0^{m},12$. Une autre série d'expériences indique qu'avec des chargements proportionnels aux largeurs des jantes, ce sont les jantes larges qui dégradent le plus les routes.

» A chargements égaux et avec même largeur de jantes, les voitures qui ont de petites roues dégradent plus les routes que celles qui en ont de grandes. Des expériences comparatives montrent qu'un même chargement transporté sur quatre voitures comtoises produit moins de dégradations sur les routes que lorsqu'il est porté par un chariot de roulage à quatre roues, et que, dans ce dernier cas, il dégrade moins que lorsqu'il est placé sur une charrette à deux roues; de sorte que la division des fardeaux est avantageuse sous le rapport de la conservation des routes.

» Enfin, les résultats des expériences entreprises pour comparer les effets destructeurs de deux fourgons, dont l'un, suspendu, allait au trot, et dont l'autre, non suspendu, allait au pas, prouvent que l'élasticité de la suspension compense les effets de la vitesse, même quand celle-ci s'élève à 3 lieues et demie par heure.

» Depuis que l'examen du travail de M. Morin est terminé, l'auteur a présenté à l'Académie les résultats de quelques expériences analogues à celles de Coulomb, et de nouvelles recherches entreprises pour vérifier l'exactitude de la loi de la proportionnalité de la résistance à la pression, qu'il avait admise et qui était contestée par des membres de votre Commission, comme étant en contradiction avec des recherches théoriques et expérimentales qu'ils avaient faites antérieurement.

» Il a répété, avec l'appareil de Coulomb et des cylindres roulant sur du sapin du Nord, une partie des expériences qu'il avait exécutées en 1840, sur du peuplier, les bandes ayant $0^{m},10$ de largeur, et il en conclut de nouveau la loi de Coulomb, dans les limites étendues du diamètre de $0^{m},042$ à celui $0^{m}.356$. Mais il est à remarquer que les charges employées dans cette série ont rendu le coefficient de résistance à peu près trois fois plus grand qu'en 1840; les résultats, malgré leur peu de régularité, ont donc dû se rapprocher de la loi de résistance en raison inverse des rayons, comme dans tous les cas où les limites de l'élasticité des matériaux étant dépassées, le nerf du bois est détruit sur une certaine épaisseur, la pénétration des rouleaux croît dans un rapport plus fort et augmente l'influence de la grandeur des diamètres et en général celle de l'étendue des surfaces de contact.

» Pour éviter les inconvénients que présente l'appareil de Coulomb, et faire varier plus facilement les pressions, l'auteur a remplacé les rouleaux en bois par un arbre en fer, chargé de disques de plomb en nombre variable, et aux extrémités duquel s'ajustaient des roues en fonte, exactement tournées, et de $0^m,4005$ de diamètre. La pression a varié depuis 90 kilogr. jusqu'à 600 kilogr., et la largeur des bandes en sapin du nord, depuis $0^m,02$ jusqu'à $0^m,08$. Cette fois enfin il conclut que, sur le bois, la résistance au roulement croît plus rapidement que la pression, et d'autant plus que la surface de contact est moins grande. D'après les résultats qu'il a obtenus sur les bandes de différentes largeurs, on pourrait aussi conclure que sur les bandes de $0^m,02$, pour lesquelles les charges ont altéré l'élasticité du bois, la résistance a augmenté dans un rapport plus grand que le carré de la pression; que sur celles de $0^m,04$ la résistance varie exactement dans le rapport de la puissance $\frac{3}{2}$ de la charge, comme l'un de nous l'a trouvé pour le sol ferme placé le long de l'embranchement du canal du Midi à Toulouse; que sur les bandes de $0^m,06$ la résistance croît dans un rapport qui s'éloigne très-peu de cette puissance $\frac{3}{2}$ de la pression; qu'enfin sur celles de $0^m,08$ de largeur, la pression augmente un peu moins rapidement que l'indique cette loi, ou sensiblement comme la puissance $\frac{7}{5}$ de la charge.

» A ces expériences M. Morin en a joint d'autres sur l'impression produite dans les matières très-élastiques, comme le caoutchouc, par des rouleaux de sapin de différents diamètres et de diverses largeurs, mais toujours plus petites que celle de la bande qui était de $0^m,10$, tandis que dans toutes les autres expériences, les bords des rouleaux dépassaient les bandes des deux côtés; de sorte que les parties de la substance qui supportaient directement la charge, étaient soutenues latéralement par les parties voisines, et que, par suite l'influence de l'étendue de la surface de contact, c'est-à-dire celle de la largeur et du diamètre du rouleau, devait être moins considérable. Les profondeurs d'impression ont été entre elles comme la racine quatrième ou la racine cinquième des diamètres, lorsque chacune d'elles a été arrivée à son maximum, ce qui a exigé de douze à vingt-quatre heures; dans les mêmes circonstances elles ont augmenté, mais d'une manière irrégulière, à mesure que la largeur du rouleau a diminué. En faisant varier la charge, l'auteur a trouvé que les profondeurs immédiates d'impression étaient proportionnelles aux pressions, loi qui a aussi été trouvée pour le terrain ferme de Toulouse, dans les expériences citées précédemment, et qu'à toutes les pressions elles augmentaient, quand la largeur du rouleau dimi-

nuait. On aurait pu aussi conclure de l'ensemble des résultats réguliers provenant de toutes les charges et de trois largeurs différentes de rouleaux de même diamètre (la plus grande et les deux plus petites), que les profondeurs d'impression sont à très-peu près en raison inverse de la racine carrée des largeurs.

» Le reste de la dernière Note de M. Morin contient le détail des expériences qu'il a faites sur le choc des corps élastiques; mais comme cette question présente un champ très-vaste à parcourir, et qu'elle n'a pas un rapport tellement direct avec celle du roulage, qu'on ne puisse les traiter séparément, nous nous bornerons à rapporter textuellement les conclusions qu'il a tirées de cette partie de son travail, relativement au choc de deux corps élastiques doués de vitesses de retour à leurs formes primitives inégales.

« 1°. Dans le choc, il y a toujours une perte de force vive ou de travail, » provenant de cette différence des vitesses de retour, abstraction faite de » celle qui peut être due aux mouvements vibratoires;

» 2°. Si des corps de même forme et de même poids, parfaitement élas- » tiques, mais doués de vitesses de retour différentes, choquent un même » corps avec des vitesses égales, ils quitteront le corps choqué avec des » vitesses différentes;

» 3°. Si on laisse tomber de diverses hauteurs sur une surface plane » horizontale des sphères de matière et de poids différents, le rapport de » la hauteur de retour à la hauteur de chute est constant;

» 4°. Quand le corps choqué est sensiblement plus compressible que le » corps choquant, le rapport de la hauteur de retour à la hauteur de chute » ne dépend que de la réaction élastique du corps choqué, et il est dans » les limites des expériences, indépendant de l'élasticité, de la rigidité et de » la masse du corps choquant;

» 5°. A l'inverse, quand c'est le corps choquant qui est le plus compres- » sible, et qui a la vitesse de retour la plus faible, le rapport de la hauteur » de retour à la hauteur de chute est indépendant de la dureté et de l'élas- » ticité du corps choqué. »

Conclusions.

« D'après l'examen circonstancié que nous venons de faire des expériences remarquables que M. Morin a entreprises à diverses époques, nous pensons que quoique ce travail ne l'ait pas conduit à une loi mathématique sur la résistance produite dans le roulement, il ne sera pas moins très-

utile pour la pratique; la manière dont ces expériences ont été exécutées, les nombreux résultats qu'elles ont fournis sur le tirage des voitures, et pour la solution de la question de la police du roulage, ont paru à votre Commission mériter les encouragements et l'approbation de l'Académie; elle proposerait l'impression de ce travail dans le *Recueil des Savants étrangers*, si l'auteur n'avait manifesté l'intention d'en faire l'objet d'une prochaine publication. »

Les conclusions de ce Rapport sont adoptées.

MÉMOIRES LUS.

PHYSIQUE. — *Mémoire sur le principe général de la Physique; par* M. G. Lamé, professeur à l'École Polytechnique.

(Extrait par l'auteur.)

(Commissaires, MM. Gay-Lussac, Cauchy, Regnault, Duhamel.)

« La découverte de l'éther est due à la théorie physique de la lumière; l'idée des ondulations lumineuses, défendue par Euler et Young, a définitivement triomphé par les découvertes d'Arago et de Fresnel; depuis les théories fécondes de ce dernier, les travaux plus récents de MM. Hamilton et Lloyd, Brewster, Babinet, Seebeck, et les recherches mathématiques de MM. Cauchy, Mac-Cullagh, Neumann, il n'est plus possible de mettre en doute l'existence de l'éther. La théorie physique de l'électricité, excitée par la découverte d'Œrstedt et les travaux d'Ampère, conclut aujourd'hui à faire dépendre tous les phénomènes électriques des actions mutuelles de l'éther et de la matière pondérable; et c'est évidemment à cette idée préconçue que sont dues la plupart des découvertes de MM. Becquerel, de la Rive, Faraday, Savary. Enfin la théorie physique de la chaleur, depuis les travaux de MM. Melloni, Forbes, se défendrait vainement contre l'idée des vibrations.

» En résumé, le principe général, vers lequel convergent aujourd'hui les trois théories partielles de la Physique, attribue à l'éther, à sa répulsion propre, et aux actions que la matière pondérable exerce sur lui, tous les phénomènes qui dépendent de ces théories. La propagation des vibrations du fluide éthéré donne la lumière et toutes les radiations. L'accroissement ou la diminution des masses d'éther qui forment les atmosphères des atomes pondérables produit l'électricité et les phénomènes chimiques. Enfin le mouvement vibratoire de ces atmosphères donne la chaleur.

» Ce principe résume à lui seul toutes les hypothèses élaborées par les

savants qui s'occupent des diverses parties de la physique; il embrasse et explique suffisamment les phénomènes de toutes les classes. Cette généralité ne démontre pas sans doute son existence réelle, mais elle lui donne au moins autant de certitude qu'aux idées-mères des découvertes modernes, puisque ces idées se trouvent comprises dans l'énoncé complet du principe dont il s'agit. Les conséquences déduites de ce principe se présentent donc avec une probabilité suffisante pour attirer l'attention des savants.

» Une de ces conséquences est l'existence d'une pression exercée par l'éther, sur lui-même, sur tous les corps, et dans l'intérieur de tous les milieux pondérables. La non-manifestation de cette pression résulte de ce qu'il n'existe aucun corps dépourvu d'éther, et de ce que toutes les parties du fluide communiquent librement entre elles, par les couches qui séparent les atomes pondérables dont le contact n'existe nulle part. Cette pression doit surpasser en grandeur la cohésion de tous les solides transparents, car c'est elle qui les maintient, comme la pression atmosphérique maintient les liquides qui se vaporiseraient dans le vide. Mais si l'on n'entrevoit encore aucun genre de baromètre qui puisse faire connaître exactement cette pression, il existe des moyens de constater ses variations; tel est entre autres la mesure du coefficient de dilatation des gaz.

» Si la pression de l'éther est plus grande aujourd'hui qu'à l'époque où M. Gay-Lussac a mesuré, pour la première fois d'une manière exacte, la dilatation des gaz, les deux points fixes du thermomètre ont dû se rapprocher; ce qui explique, d'une manière très-simple, la non-concordance des coefficients mesurés à ces deux époques. En effet, d'après le Mémoire actuel :

» 1°. *La tension de la vapeur d'eau*, mesurée à une température déterminée, *n'est que l'excès de sa force élastique totale sur la pression de l'éther dans le vide;* et si cette pression augmente, la vapeur doit réellement s'élever en température pour que sa tension mesurée reste constante. C'est-à-dire que le point fixe de l'ébullition de l'eau, sous une pression barométrique de $0^{m},76$, doit s'élever.

» 2°. La fusion d'un solide a lieu lorsque la résultante des forces répulsives intérieures surpasse un peu la pression de l'éther; c'est-à-dire que *le degré de la fusion d'un solide, sous la pression de l'éther, est analogue à celui de l'ébullition d'un liquide, sous la pression atmosphé-*

rique. Donc, si la pression de l'éther a augmenté, la température de la glace fondante a dû s'élever.

» La variation ascendante du point fixe de la glace fondante doit être beaucoup plus grande que la variation, dans le même sens, du point fixe de l'ébullition. Des expériences de vérification (dans lesquelles j'ai été assisté par M. Cabart) m'ont prouvé que la tension de la vapeur d'eau, à la température de la glace fondante, est encore aujourd'hui de 5^{mm}, comme M. Gay-Lussac l'a trouvée à une époque peu éloignée de celle où il a mesuré le coefficient de dilatation des gaz. On peut donc dire aujourd'hui, comme alors, que la température de la glace fondante est celle où la tension de la vapeur d'eau est de 5^{mm}. Cette concordance prouve que la résultante des forces répulsives dans la glace, et la force élastique de la vapeur d'eau, à la température où la glace fond, conservent une petite différence constante, quelle que soit la variation que cette température puisse éprouver par suite d'un changement dans la pression de l'éther.

» Maintenant, il suffit d'interroger la table des tensions de la vapeur d'eau, pour reconnaître que, si ces tensions représentent des excès sur la pression de l'éther, une augmentation dans cette dernière pression doit élever la température à laquelle la tension mesurée est de 5^{mm}, c'est-à-dire le zéro du thermomètre, d'une quantité soixante-dix à quatre-vingts fois plus grande que la variation correspondante du point de l'ébullition, ou de la température à laquelle la tension mesurée de la vapeur d'eau est de 760^{mm}. Ainsi les deux points fixes du thermomètre ont dû se rapprocher.

» Il y a donc lieu de présumer que la non-concordance du nombre trouvé, il y a vingt-cinq ans, par M. Gay-Lussac, pour exprimer le coefficient de dilatation des gaz, avec celui trouvé dans ces derniers temps par M. Rudberg, et vérifié par M. Regnault, résulte uniquement de variations de cette nature. La différence des deux résultats s'expliquerait en admettant que la pression de l'éther a éprouvé, sur la terre et en un quart de siècle, une augmentation équivalente à une pression de huit à neuf dixièmes de millimètre de hauteur de mercure; faible accroissement, qui suffirait cependant pour rapprocher les deux points fixes du thermomètre de $2\frac{1}{4}$ degrés, pris sur les anciennes divisions; car en divisant la dilatation totale de l'air entre les deux points fixes, obtenue par M. Rudberg, par 97,75 et non par 100, on retombe sur le nombre donné par M. Gay-Lussac. »

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

M. **Blanchet** soumet au jugement de l'Académie un Mémoire ayant pour titre : *Sur la fonction principale et sa dérivée de l'ordre* $n - 1$, Mémoire faisant suite à ses Recherches sur la propagation des mouvements vibratoires.

(Renvoi à la Commission précédemment nommée.)

M. **Cabillet** présente un Mémoire qui fait suite à celui qu'il avait présenté en 1840 sur le principe de l'harmonie. Cette seconde partie a pour titre : *Application du monocorde.*

(Renvoi à la Commission précédemment nommée, à laquelle est adjoint M. Duhamel en remplacement de feu M. Savart.)

M. **Baudens** écrit qu'il a découvert un *moyen nouveau pour guérir les épanchements qui se font dans la cavité des membranes séreuses*, « moyen qui consiste dans l'établissement d'une fistule destinée à donner issue au liquide épanché au fur et à mesure qu'il se forme. »

« Cette fistule, dit M. Baudens, je l'ai déjà établie plus de cinquante fois au scrotum pour donner issue à la sérosité qui constitue l'hydrocèle. Je n'ai eu qu'une seule récidive, et cette récidive tenait au volume énorme de la tumeur. Traitée une deuxième fois, par le même procédé, lorsque son diamètre était moins considérable, l'hydrocèle n'a pas reparu. Deux fois j'ai établi une fistule sur la paroi du ventre, pour vider peu à peu le liquide qui constituait l'hydropisie, et deux fois j'ai réussi.

» J'avais eu occasion d'observer en Afrique quelques cas de guérisons spontanées d'hydropisies thoraciques et abdominales, et dans ces cas la nature s'était fait jour en établissant une fistule, soit à la paroi du thorax, soit au pourtour de l'ombilic. C'est aussi dans la région de l'ombilic que j'établis une fistule, afin d'imiter la marche tracée par la nature; le lieu d'élection est situé sur la ligne blanche au-dessus et le plus près possible de la cicatrice ombilicale.

» L'instrument destiné à faire la fistule se compose d'une espèce de petit trocart en forme de croissant, et dont la canule est percée d'une ouverture à sa partie moyenne. Introduit doucement, immédiatement au-dessus de l'ombilic et sur la ligne blanche, l'instrument pénètre dans la collection séreuse

et ressort à trois ou quatre centimètres au-dessus sur la ligne blanche. On retire la tige; le liquide s'écoule par l'ouverture pratiquée au centre de la canule : quand il en est sorti deux litres, on ferme la canule, en ayant soin de la laisser en place. Le lendemain et les jours suivants on vide graduellement la cavité abdominale. Au bout de quelques jours, la sérosité s'échappe sur les côtés de la canule, les fistules sont établies, et dès ce moment on retire ce conducteur. Le liquide continue à couler au fur et à mesure qu'il est sécrété. Au bout de quelques mois les fistules se ferment et l'hydropisie ne reparaît plus. On conçoit, au reste, que ce traitement n'a de chances de guérison qu'autant que l'hydropisie n'est pas entretenue par des désordres organiques irrémédiables. »

Cette Note est renvoyée à l'examen d'une Commission composée de MM. Serres, Roux et Breschet.

M. **Bezanger**, qui avait adressé précédemment une Note sur la fabrication d'une *encre indélébile* composée conformément aux indications de la Commission des encres, annonce qu'il a fait depuis subir à son procédé une modification importante. Au lieu d'employer, comme par le passé, l'encre de Chine, qui n'est pas toujours identique et dont le prix est assez élevé, il en introduit directement les éléments dans la formation de son encre.

La Note de M. Bezanger, et un échantillon de l'encre fabriquée conformément à son nouveau procédé, sont renvoyés à l'examen de la Commission des encres de sûreté.

M. **Fromental Blot** adresse des figures destinées à être jointes à une Note précédemment présentée sur une *charrue à trois socs*. M. Fromental Blot, qui habite aujourd'hui Paris, annonce qu'il sera à la disposition de la Commission pour faire en sa présence l'essai de la nouvelle charrue, dès que la saison le permettra.

(Renvoi à la Commission nommée.)

M. **Gobert**, qui avait soumis précédemment au jugement de l'Académie les modèles de deux appareils destinés, l'un à empêcher les piétons d'être écrasés par les roues de voitures, l'autre à prévenir les accidents qui résultent de la chute du cheval placé entre les brancards, écrit aujourd'hui

qu'il a fait exécuter en grand ces appareils, et qu'il est prêt à en faire l'essai en présence des Commissaires qui lui ont été désignés.

(Renvoi à la Commission nommée.)

M. **Menotti**, inventeur d'un savon dont la solution rend les étoffes imperméables à l'eau, sans qu'elles cessent d'être perméables à l'air, demande que cette invention, qui a été l'objet d'un Rapport favorable fait à l'Académie dans sa séance du 17 janvier 1840, soit admise à concourir pour le prix concernant les arts insalubres.

(Renvoi à la future Commission.)

M. **Fidrit** offre de soumettre à l'inspection de l'Académie un prétendu monstre marin, apporté de Madras en France en 1829.

MM. *Larrey* et *Isidore Geoffroy* sont invités à se mettre en rapport avec M. Fidrit, et à faire savoir à l'Académie si cette pièce mérite son attention.

CORRESPONDANCE.

MM. les **Ministres des Finances**, de la **Marine** et du **Commerce**, adressent, chacun en particulier, des remercîments à l'Académie, pour la communication qui leur a été faite, par son ordre, du *Rapport sur les nouveaux procédés introduits dans l'art du doreur par* MM. **Elkington** *et* **de Ruolz**.

M. le **Ministre de l'Intérieur** annonce à l'Académie qu'il lui destine un buste en marbre de feu M. **Savary**, buste dont l'exécution a été confiée à M. *Venot*.

ÉCONOMIE AGRICOLE. — *Riz qui se cultive à sec dans la Mongolie.* — Extrait d'une Lettre de M. **Stanislas Julien**.

« M. l'abbé **Gabet**, missionnaire lazariste français, que j'ai eu l'honneur de compter, il y a quelques années, au nombre de mes disciples, et qui réside maintenant près de *Jéhol* (dans la partie de la Mongolie qui a été réunie à la province de *Tchi-li*), a pensé qu'il serait important de posséder en France une espèce de riz qui se cultive dans des terres également

propres au froment, sans avoir besoin d'irrigation naturelle ou artificielle. M. Gabet a envoyé une petite caisse de ce riz à M. l'abbé Étienne, procureur-général de la Congrégation de Saint-Lazare, qui a bien voulu le mettre à ma disposition, en m'autorisant à en offrir des échantillons aux sociétés d'Agriculture les mieux placées pour le répandre en France.

» Il est regrettable que M. l'abbé Gabet ne nous ait point fait connaître la nature du climat où croît ce riz et surtout la manière de le cultiver. Pour suppléer à son silence, j'ai parcouru tout le *Traité du Riz*, dans l'*Encyclopédie impériale d'Agriculture chinoise*, et j'en ai extrait les détails que je donne ici sur cette espèce de *riz sec*, qui paraît originaire de Cochinchine.

Détails sur le riz sec, *tirés des livres chinois.*

» On lit ce qui suit dans l'*Encyclopédie d'Agriculture, Cheou-chi-thong-kao* (liv. 20, fol. 5) : « Dans les provinces de *Kiang-nan* et de *Tche-kiang*, on cultive une espèce de riz dont le grain est petit, qui supporte » la sécheresse et mûrit plus tôt que le riz ordinaire. Les gens du pays l'appellent *Tchen-tching-tao*, ou riz du royaume de *Tsiampa* (qui fait partie » de la Cochinchine). On rapporte que ce fut du royaume de *Tchen-tching* » (*Tsiampa*) qu'on obtint les premières semences de ce riz. Jadis l'empe- » reur *Tching-tsong* (qui monta sur le trône l'an 995 de notre ère), » ayant appris que ce riz supportait la sécheresse, en envoya chercher des » semences, et fit donner en échange des objets précieux. Il le fit semer » d'abord dans le parc situé derrière son palais. Quelque temps après, on le » cultiva dans tout l'empire. »

« Dans la 5[e] année de la période *Ta-tchong-tsiang-fou* (en 1012), l'em- » pereur envoya chercher du riz de *Tsiampa* (de Cochinchine), dans la » province de *Fo-kien*, et en fit distribuer 300 000 boisseaux (liv. 20, » fol. 9), dans les provinces de *Kiang-nan* et de *Tche-kiang*; il publia » aussi la manière de le cultiver, et ordonna de le semer sur les plateaux » élevés. »

» *Même ouvrage*, liv. 20, fol. 8. — « Il y a plusieurs espèces de riz, dési- » gnées par le mot *Sien*, qui arrivent en maturité en 60 jours, en 80 jours, en » 100 jours; on les récolte tantôt dans le 7[e] mois (août), tantôt dans le 8[e] mois » (septembre); elles proviennent toutes de *Tsiampa* (ou de Cochinchine). » Elles réussissent parfaitement dans les terrains secs. »

» *Ibidem*. — « Aujourd'hui, on possède le riz de Cochinchine dans la pro- » vince du *Fo-kien*. Il convient de le semer dans les lieux élevés. On l'appelle

» *Han-tchen*, c'est-à-dire, *riz de Cochinchine, qui vient dans les lieux secs.* » Son grain est gros et il est d'un goût agréable ; c'est la meilleure espèce » des *riz secs*. Il est avantageux de le cultiver dans les contrées du nord, où » les sources d'eau sont très-rares, ainsi que dans les terres humides.

» *Ibidem*, liv. 22, fol. 10. — « Le riz de Cochinchine supporte la séche» resse ; on en distingue trois sortes : 1° le riz sec à balle blanche ; 2° à » balle tachetée ; 3° à balle rouge. Il mûrit cinquante jours après avoir été » semé. On le cultive surtout dans les terrains dépourvus d'eau, ou dessé» chés par la chaleur du climat. »

Culture du riz sec.

« *Ibidem*, liv. 20, fol. 10. — « En général, le riz sec se sème et se cultive, » de la même manière que le froment. Quand on a fini de préparer la terre » on le fait tremper pendant une nuit, ensuite on le sème, et on l'arrose » avec de l'eau mêlée de cendre de riz ; puis on le sarcle à trois époques diffé» rentes, et chaque fois on l'humecte avec de l'eau de fumier. »

« M. **Lacroix** rappelle qu'avant la fin du siècle dernier, Cossigny, ingénieur à l'Ile de France, avait relevé les avantages de la culture du *riz sec*. »

« Prenant ensuite la parole, M. **de Mirbel** est remonté jusqu'à Poivre, intendant des Iles de France et de Bourbon, qui, vers 1750, apporta dans ces îles, des semences du riz sec. Abandonnée à la maladresse des esclaves, cette tentative n'eut aucun succès. (*OEuvres complètes de Poivre ;* Paris, 1797, page 146 et suivantes.)

» Pour apprécier jusqu'à quel point l'épithète de *sec* peut convenir à ce riz, *voyez* l'article Riz dans le *Dictionnaire des Sciences naturelles.* »

« M. **Adolphe Brongniart** fait remarquer que si ce riz est réellement originaire de la Tartarie chinoise, ou des parties septentrionales et froides de la Chine, comme on l'annonce, il aurait en effet de l'intérêt et différerait des autres riz secs, ou riz de montagne, dont il a été plusieurs fois question depuis quelques années, et qui étaient généralement originaires de la Cochinchine ou des contrées voisines, c'est-à-dire de pays fort chauds, dans lesquels les pluies abondantes et régulières, qui règnent à une époque déterminée de l'année, paraissent pouvoir remplacer l'inondation à la-

quelle on soumet habituellement le riz pendant une partie de sa culture. Il serait donc important d'avoir des renseignements précis sur l'origine et sur la culture de cette variété de riz, et de la soumettre à des essais de culture en France. »

HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES. — *Sur un certain emploi que faisaient les Romains, dès le* IIe *ou le* IIIe *siècle de notre ère, des valeurs de position pour l'expression des nombres.* — Extrait d'une Lettre de M. VINCENT.

« Un des points les plus importants à déterminer pour l'histoire de notre numération, est l'époque où l'Occident a commencé à faire usage de ce que l'on nomme les *valeurs de position* dans les signes représentatifs des unités des différents ordres. Or, un document que je vais citer, et qui n'avait pas jusqu'ici attiré l'attention des savants, me semble démontrer, avec évidence, que les Romains étaient, dès le second ou troisième siècle de notre ère, en possession de cet ingénieux procédé. Ce passage me paraît d'autant plus remarquable, que l'ouvrage dont il fait partie se trouvant d'ailleurs infecté de toutes les superstitions orientales, la mention exclusive faite ici des Romains conduit à penser, contrairement aux idées généralement accréditées, que les Romains étaient arrivés d'eux-mêmes à la connaissance du procédé dont il est ici question.

» Voici ce passage, traduit des *Cestes* ou *Broderies* de Julius l'Africain (*Veteres mathematici*, p. 315, col. 1re), auteur qui vivait sous Héliogabale et Alexandre Sévère.

« Les Romains, dit l'auteur, ont encore une invention que je ne puis » trop admirer, pour représenter tous les nombres qu'ils veulent, au moyen » des feux. Pour cela, voici comment ils s'y prennent. Ils commencent par » déterminer des emplacements commodes pour l'emploi des feux, en » fixant un lieu sur la droite, un autre sur la gauche, et un autre dans » le milieu; et ils distribuent à chacune des places les divers nombres élé- » mentaires qui devront y être représentés, assignant au côté gauche » les nombres compris depuis 1 jusqu'à 9, au milieu les nombres com- » pris depuis 10 jusqu'à 90, enfin ceux compris entre 100 et 900, au côté » droit.

» Ainsi, lorsqu'ils veulent désigner le nombre 1, ils produisent du côté » gauche *une* flamme unique; ils en produisent *deux* quand ils veulent » désigner le nombre 2, *trois* pour le nombre 3; et ainsi de suite. Mais » lorsqu'ils veulent désigner le nombre 10, alors ils allument *une* fois sur

» la place du milieu [deux fois pour le nombre 20], trois fois pour le » nombre 30, et ainsi de suite. De même, lorsqu'ils veulent signifier le » nombre 100, ils allument *une* seule flamme à droite, *deux* pour le » nombre 200, *trois* pour 300; et de même pour tous les autres cas.

» Or, dans ce moyen de représentation par *éléments*, on évite l'emploi » des grands nombres; car pour signaler le nombre 100, on n'allume pas » les feux 100 fois, mais seulement une fois sur la droite, ainsi que je l'ai » expliqué précédemment : cela résulte des conventions mutuelles entre » ceux qui font les signaux et ceux qui les reçoivent, etc., etc. » . . . . .

. . . .

» Le moyen indiqué par l'auteur paraît au premier abord ne s'appliquer qu'aux nombres inférieurs à *mille*; mais il faut observer que les lettres alphabétiques; employées comme chiffres, allaient aussi jusque-là seulement; et l'on recommençait alors un nouvel alphabet, placé lui-même dans l'écriture à la suite du premier. Le moyen indiqué s'étendait donc de lui-même à tous les nombres possibles. »

L'Académie accepte le dépôt de deux paquets cachetés présentés, l'un par M. **Polidore Flahaut**, l'autre par M. l'abbé **Matalène**.

A quatre heures et demie l'Académie se forme en comité secret.

COMITÉ SECRET.

La Section d'Économie rurale présente, par l'organe de M. de Silvestre, la liste suivante de candidats pour la place vacante dans son sein par suite du décès de M. *V. Audouin* :

1°. M. Payen;
2°. MM. Decaisne et Huzard (*ex æquo*);
3°. M. Vilmorin;
4°. M. Leclerc-Thouin.

Les titres de ces candidats sont discutés. L'élection aura lieu dans la séance prochaine. MM. les Membres en seront prévenus par billets à domicile.

La séance est levée à cinq heures. F.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

L'Académie a reçu dans cette séance les ouvrages dont voici les titres :

Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie royale des Sciences; 2e semestre 1841, nos 25 et 26, in-4°.

Vie d'un bienfaiteur du peuple, A.-J. de la Rochefoucauld, duc de Doudeauville; par M. le baron CH. DUPIN; broch. in-32.

Carte de France publiée par le Ministre de la Guerre; 6e livraison, grand aigle.

Voyage dans l'Inde; par M. V. JACQUEMONT; 37e livraison; in-4°.

Mémoire descriptif de la route de Téhéran à Méched et de Méched à Jezd, reconnue en 1807 *par* M. TRUILHIER; *suivi d'un Mémoire de* M. DAUSSY; Paris 1841; in-8°.

Annales des Sciences naturelles; tome XVI; novembre et décembre 1841; in-8°.

Bulletin de la Société géologique de France; tome XII; feuilles 28 à 31; in-8°.

Œuvres complètes de John Hunter, traduites de l'anglais par M. RICHELOT; 15e livraison, in-8°, avec atlas in-4°.

Deuxième Mémoire sur la possibilité d'établir un Anus artificiel dans les régions lombaires sans ouvrir le péritoine; par M. AMUSSAT; in-8°. (Extrait de l'*Examinateur médical.*)

Esquisse historique du service de santé militaire en général, et spécialement du service chirurgical depuis l'établissement des hôpitaux militaires en France; par M. GAMA; Paris, 1841; in-8°.

La médecine des Passions; par M. DESCURET; in-8°.

Nouvelles instructions sur l'usage du Daguerréotype. — Description d'un nouveau Photographe et d'un Appareil très-simple destiné à la reproduction des épreuves au moyen de la Galvanoplastie; par M. CH. CHEVALIER; *suivie d'un Mémoire sur l'application du Brome;* Paris, 1841; in-8°.

Considérations sur l'établissement d'une nouvelle volière au Jardin du Roi; par M. A. DECLÉMY; in-8°.

Observations et réflexions sur les Anévrismes de la partie ascendante et de la crosse de l'Aorte; par M. DUBREUIL; Montpellier, in-8°.

Observations sur l'épuration et la désinfection des huiles de poisson, par MM. GIRARDIN et PREISSER; *et expériences chimico-judiciaires faites par* MM. GIRARDIN et MORIN, en octobre 1840; Rouen, 1841; in-8°.

Aperçu sur le savon hydrofuge Menotti; broch. in-8°.

Revue critique des Livres nouveaux; par M. CHERBULIEZ; décembre 1841, in-8°.

Journal des Connaissances médicales pratiques; décembre 1841; in-8°.

Journal des Connaissances utiles; décembre 1841; in-8°.

Journal de Chimie médicale, de Pharmacie et de Toxicologie; janvier 1842; in-8°.

Bulletin général de Thérapeutique médicale et chirurgicale; décembre 1841, in-8°.

Bulletin de la Société impériale des Naturalistes de Moscou; année 1841, in-8°.

The microscopic... *Journal microscopique, ou Recueil mensuel des faits relatifs à la science microscopique; publié par* M. DANIEL COOPER; vol. 1, part. 2; Londres, 1841; in-8°.

Conchologia... *Conchyliologie systématique, comprenant aussi la description et la classification des Lépas et des Mollusques à coquilles; par* M. LOWEL RIVÈS, part. 3; Londres, in-4°.

Gazette médicale de Paris; t. IX, n° 52; et tome X, n° 1.

Gazette des Hôpitaux; tome III, n° 152 à 156; et tome IV, n° 1.

L'Écho du Monde savant; n° 689 à 691.

L'Expérience, journal de Médecine; n°s 234 et 235.

L'Examinateur médical; n° 27.

Le Magnétophile; 19 et 26 décembre 1841; in-4°.

OBSERVATIONS MÉTÉOROLOGIQUES. — DÉCEMBRE 1841.

Jours du mois.	9 heures du matin. Barom. à 0°.	Therm. extér.	Hygrom.	Midi. Barom. à 0°.	Therm. extér.	Hygrom.	3 heures du soir. Barom. à 0°.	Therm. extér.	Hygrom.	9 heures du soir. Barom. à 0°.	Therm. extér.	Hygrom.	Thermomètre. Maxim.	Minim.	État du ciel à midi.	Vents à midi.
1	743,36	+10,5		742,92	+11,6		742,08	+12,4		744,55	+ 9,4		+12,9	+ 9,2	Pluie continuelle	S. S. E.
2	747,57	+ 7,8		747,41	+10,8		746,03	+11,2		741,80	+ 8,4		+11,8	+ 6,2	Nuageux	S. S. O.
3	737,04	+11,6		739,15	+12,2		741,73	+11,1		745,16	+ 7,5		+13,0	+ 8,1	Pluie	S. S. O.
4	745,96	+ 6,7		746,76	+ 9,5		748,54	+ 8,4		752,83	+ 9,4		+10,0	+ 5,8	Beau	S. O.
5	759,98	+ 7,4		760,54	+10,2		760,60	+10,1		761,83	+ 8,6		+11,0	+ 6,0	Beau	O.
6	759,38	+ 8,2		757,25	+10,0		753,62	+10,1		753,43	+ 7,9		+10,2	+ 6,6	Couvert	S. O.
7	756,78	+ 6,0		756,86	+ 7,7		757,12	+ 6,8		757,58	+ 4,7		+ 8,0	+ 4,9	Pluie	O.
8	749,85	+ 9,0		747,40	+ 9,8		745,00	+10,5		745,31	+ 8,8		+11,3	+ 6,0	Pluie	S. O.
9	753,46	+ 7,3		755,92	+ 7,3		756,59	+ 7,5		756,76	+ 5,4		+ 7,9	+ 6,8	Nuageux	N. N. O.
10	748,12	+ 9,6		746,95	+12,2		745,68	+13,1		749,23	+ 9,5		+13,0	+ 4,0	Couvert	O. S. O.
11	757,23	+ 4,8		757,90	+ 8,0		758,06	+ 7,8		759,21	+ 6,0		+ 8,0	+ 4,1	Voilé	O.
12	757,23	+ 5,6		755,27	+ 7,4		753,30	+ 9,0		752,57	+11,0		+11,0	+ 3,4	Couvert	S. O.
13	750,40	+10,3		749,07	+10,5		746,55	+10,7		745,61	+ 8,9		+10,9	+ 9,3	Couvert	S. S. O.
14	747,27	+ 7,0		749,56	+ 7,8		752,10	+ 7,3		757,46	+ 4,7		+ 8,4	+ 6,0	Couvert	O. N. O.
15	761,39	+ 4,2		760,63	+ 7,1		759,44	+ 5,4		755,87	+ 4,5		+ 7,0	+ 3,3	Beau	O.
16	748,94	+ 5,3		747,15	+ 6,2		745,25	+ 6,2		744,09	+ 5,7		+ 6,8	+ 3,5	Pluie	S. S. O. viol.
17	745,88	+ 3,4		746,30	+ 4,6		747,00	+ 5,9		748,56	+ 2,0		+ 6,0	+ 2,0	Nuageux	O.
18	746,90	— 0,3		746,07	— 0,3		744,82	— 0,8		742,78	— 1,9		— 0,2	— 1,3	Couvert	S. E.
19	739,10	— 2,4		738,30	— 1,3		736,63	— 0,1		735,23	+ 0,5		+ 0,9	— 3,0	Couvert	E. S. E.
20	738,56	+ 3,0		738,78	+ 4,1		738,51	+ 4,3		739,79	+ 2,9		+ 4,2	+ 0,8	Brouillard épais	S. E.
21	746,59	+ 2,2		748,02	+ 2,3		749,42	+ 2,4		751,98	+ 1,1		+ 2,6	+ 1,1	Couvert	N.
22	753,59	+ 2,5		754,38	+ 4,2		754,66	+ 5,0		755,98	+ 5,1		+ 5,4	+ 0,1	Pluie	O. S. O.
23	758,39	+ 5,5		758,06	+ 7,7		758,23	+ 7,2		757,74	+ 6,6		+ 7,5	+ 3,9	Quelques éclaircies	S. O.
24	761,68	+ 5,6		762,07	+ 8,0		761,97	+ 7,8		761,52	+ 6,4		+ 8,0	+ 4,8	Couvert	S. O.
25	757,28	+ 8,1		754,69	+10,3		752,14	+ 9,7		750,47	+ 6,4		+10,7	+ 5,3	Couvert	S. O.
26	750,93	+ 3,2		751,91	+ 4,0		752,82	+ 5,2		755,33	+ 2,3		+ 5,0	+ 2,7	Couvert	N. O.
27	759,72	+ 1,4		760,00	+ 3,8		760,27	+ 5,2		761,47	+ 1,8		+ 5,1	+ 0,3	Nuageux	N. N. E.
28	761,87	— 0,4		761,16	+ 0,9		759,48	+ 2,2		759,89	+ 3,8		+ 3,8	— 1,2	Couvert	S.
29	760,29	+ 2,4		759,96	+ 4,7		758,92	+ 4,9		758,27	+ 3,0		+ 5,3	+ 1,3	Couvert	O.
30	759,51	+ 1,5		759,24	+ 2,0		759,96	+ 2,7		761,75	+ 0,9		+ 3,0	+ 0,8	Très-nuageux	E. N. E.
31	763,64	— 1,6		763,81	— 1,5		763,85	— 1,2		764,17	— 1,7		— 1,2	— 2,5	Couvert	N.
1	750,15	+ 8,4		750,12	+10,1		749,70	+10,1		750,85	+ 8,0		+10,9	+ 6,4	... Moy. du 1er au 10	Pluie en centim.,
2	749,29	+ 4,1		748,90	+ 5,7		748,17	+ 5,6		748,12	+ 4,4		+ 6,3	+ 2,8	... Moy. du 11 au 20	Cour. 7,113
3	757,59	+ 2,8		757,57	+ 4,2		757,43	+ 4,7		758,05	+ 3,3		+ 5,0	+ 1,5	... Moy. du 21 au 31	Terr.. 6,363
	752,34	+ 5,1		752,20	+ 6,7		751,77	+ 6,8		752,01	+ 5,2		+ 7,4	+ 3,6	.... Moyennes du mois....	+ 5,5